6e année

# En avant, les maths!

## Une approche renouvelée pour l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques

CONCEPTS MATHÉMATIQUES

NOMBRES

Résolution de problèmes de rapports

# Terminologie liée au concept mathématique

**Taux.** Nom donné à certains rapports comportant généralement des grandeurs de natures différentes (par exemple, taux d'augmentation de 10 %).

**Coefficient de proportionnalité.** Le nombre par lequel il faut multiplier des taux ou des rapports d'une proportion pour obtenir le dénominateur.

**Exemple :**

$$\begin{array}{ccc} & 2:1 & \\ \times 25 \downarrow & & \downarrow \times 25 \\ & 50:25 & \end{array}$$

**Pourcentage.** Rapport exprimé au moyen du symbole de pourcentage, %. Le pourcentage signifie « sur cent ». Par exemple, 30 % signifie 30 sur 100. Un pourcentage peut être représenté par une fraction avec un dénominateur de 100, par exemple, $30\ \% = \frac{30}{100}$.

**Rapports.** Quotient de 2 quantités de même nature que l'on compare.

**Note :** Le symbole *a* : *b* se lit « le rapport de *a* à *b* ».

**Tableau de rapports.** Modèle pouvant être utilisé pour développer une compréhension de la multiplication, des fractions équivalentes, de la division et du raisonnement proportionnel.

**Exemple :**

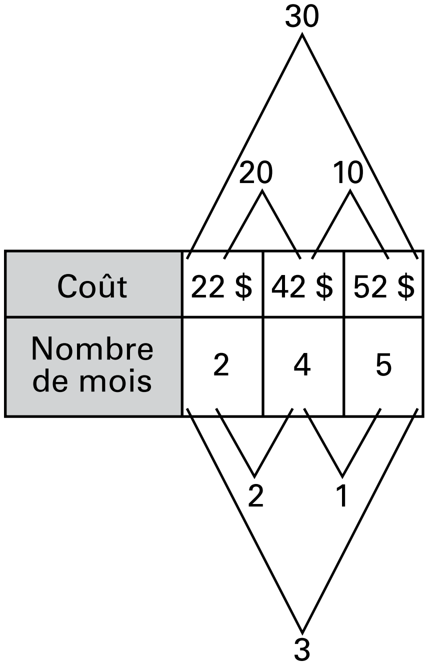
**Tableau de rapports**

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Sacs de farine | 1 | 3 | 4 | 6 | ? |
| Eau | 3 | 9 | ? | ? | 6 |

**Taux unitaire.** Taux dont le deuxième terme du rapport est 1 (par exemple, coût de 0,35 $/mg).

**Taux constant.** Pour 2 paires de données quelconques, rapport équivalent entre le changement d'une variable et le changement d'une autre variable.

**Exemple :**




| Coût | 22 \$ | 42 \$ | 52 \$ |
|---|---|---|---|
| Nombre de mois | 2 | 4 | 5 |

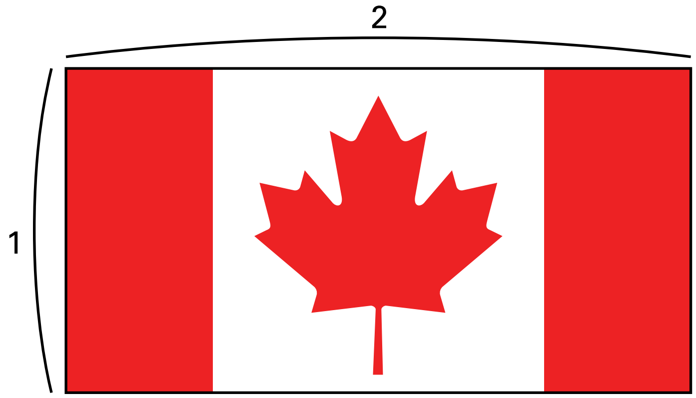
Puisque les rapports $\frac{20}{2}$, $\frac{30}{3}$ et $\frac{10}{1}$ sont équivalents, le taux constant est de 10 \$ par mois.

**Rapports et taux équivalents.** Deux rapports ou deux taux sont équivalents s'ils ont la même valeur.

**Note :** Des rapports équivalents et des taux équivalents se déterminent de la même façon que des fractions équivalentes, c'est-à-dire en multipliant ou en divisant chaque terme (ou partie) du rapport ou du taux par le même facteur. Si la valeur d'un terme (ou partie) d'un rapport ou d'un taux est modifiée, il y aura un effet direct sur celui-ci (par exemple, si le prix des bananes par kilogramme est modifié, alors cela aura une répercussion sur le coût total de l'achat).

# Mise en contexte du concept mathématique

## EXEMPLE 1




Décris l'illustration ci-dessus à l'aide de rapports.

**a)** Détermine le rapport entre la longueur et la largeur.

Je décris l'illustration à l'aide d'un rapport : le rapport de la longueur du drapeau à sa largeur est de 2 à 1, 2 : 1 ou $\frac{2}{1}$.

**b)** Détermine un rapport équivalent.

Je détermine un rapport équivalent à $\frac{2}{1}$.

Le rapport de la longueur du drapeau à sa largeur, soit 2 à 1, est équivalent au rapport 50 à 25. Si la longueur du drapeau est de 50 cm, alors la largeur est de 25 cm, puisque la longueur est 2 fois plus grande que la largeur.

$$2 : 1 \xrightarrow{\times 25} 50 : 25$$

**c)** Détermine le rapport entre la largeur et la longueur.

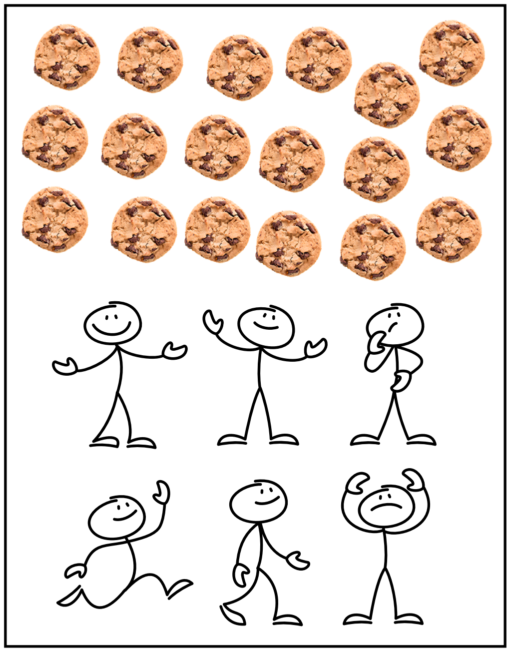
Je décris le rapport de la largeur du drapeau à sa longueur comme 1 à 2, 1 : 2 ou $\frac{1}{2}$. Le drapeau a une largeur d'un demi sa longueur.

**d)** Représente ce rapport en pourcentage.

$\frac{1}{2}$ peut aussi être représenté en pourcentage, soit 50 %. Alors la largeur du drapeau est équivalente à 50 % de sa longueur.

## EXEMPLE 2

Marc a mangé 18 biscuits avec 5 de ses amis.



**a)** Décris l'illustration ci-dessus à l'aide de taux.

Je décris la situation à l'aide du taux 18 à 6, 18 : 6 ou $\frac{18}{6}$. 18 biscuits ont été mangés par 6 amis.

**b)** Détermine un taux équivalent.

Je peux déterminer des taux équivalents en trouvant une fraction équivalente :

$\frac{18}{6} \div 3 = \frac{6}{2}$

Lorsque je divise la fraction par 3, le taux équivalent dans ce cas est 6 : 2.

Je peux aussi multiplier la fraction par 3 et avoir le taux équivalent de $\frac{18}{6} \times 3 = \frac{54}{18}$.

Le taux équivalent est 54 : 18, alors il y aurait 54 biscuits pour 18 personnes.

**c)** Détermine le taux unitaire.

Pour trouver le taux unitaire, je dois calculer le nombre de biscuits que chaque personne aura. Dans ce cas, le taux unitaire est 3 : 1, car $\frac{18}{6} \div \frac{6}{6} = \frac{3}{1}$. Il y a donc 3 biscuits par personne.

## EXEMPLE 3

Une voiture parcourt 156 kilomètres en 1,5 heure. Quelle distance parcourt-elle en 5 heures si sa vitesse est constante?

### STRATÉGIE 1

**Utilisation d’un tableau de rapports**

J’utilise un tableau de rapports afin de connaître le coefficient de proportionnalité entre la distance parcourue et le temps.

Si la voiture parcourt 156 kilomètres en 1,5 heure, je pourrais déterminer combien de kilomètres elle parcourt chaque demi-heure, puisque 1,5 se divise bien par 0,5. Puisqu’il y a 3 demi-heures dans 1,5 heure, je divise 156 kilomètres par 3 pour connaître le nombre de kilomètres parcourus en 1 demi-heure. Je trouve donc le taux constant.

$156 \div 3 = 52$

Je sais donc que chaque demi-heure, la voiture parcourt 52 kilomètres.
Donc à chaque heure, elle parcourt 104 kilomètres, puisque $52 \times 2 = 104$.

Je peux ainsi multiplier le nombre d’heures par 104 kilomètres pour trouver la distance parcourue.

J’ajoute cette information à mon tableau de rapports. Je détermine le nombre de kilomètres parcourus en 5 heures.

| Distance parcourue | 52 | 104 | 156 | 208 | 416 | 520 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Temps | 0,5 | 1 | 1,5 | 2 | 4 | 5 |

–52 –52 × 104 × 104 –0,5 –0,5

La voiture parcourt 520 km en 5 heures.

## STRATÉGIE 2

**Utilisation de rapports**

Je décris la situation à l'aide de rapports.

156 : 1,5

? : 5

Afin de déterminer un rapport équivalent, je dois diviser 5 par 1,5 pour trouver le coefficient de proportionnalité utilisé. Donc, $5 \div 1{,}5 \approx 3{,}33$. Puisque la multiplication est l'opération inverse de la division, je peux aussi dire que $1{,}5 \times 3{,}33 = 5$. J'applique ce même coefficient de proportionnalité pour déterminer le nombre de kilomètres parcourus en 5 heures.

Je détermine des taux équivalents : la distance parcourue en 1,5 h est de 156 km, alors que celle parcourue en 5 h est de 520 km, car $156 \times 3{,}33 = 520$.

$$\times 3{,}33 \quad \begin{matrix} 156 : 1{,}5 \\ \downarrow \\ 520 : 5 \end{matrix} \quad \times 3{,}33$$

## STRATÉGIE 3

**Utilisation du taux unitaire**

Je sais que la voiture parcourt 156 kilomètres en 1,5 heure. Afin de déterminer le taux unitaire, c'est-à-dire la distance parcourue en 1 heure, je divise 156 kilomètres par 1,5 heure.

$156 \div 1{,}5 = 104$

104 km : 1 h ou $\dfrac{104 \text{ km}}{1 \text{ h}}$ ou 104 km/h

La distance parcourue en 1 h est de 104 km.

Je détermine des taux équivalents à l'aide du taux unitaire, afin de déterminer quelle distance la voiture a parcourue en 5 heures : $\dfrac{104 \text{ km}}{1 \text{ h}} \times \dfrac{5}{5} = \dfrac{520 \text{ km}}{5 \text{ h}}$

En 5 heures, la voiture parcourt 520 kilomètres.