6e année

En avant, les maths!

Une approche renouvelée pour l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques

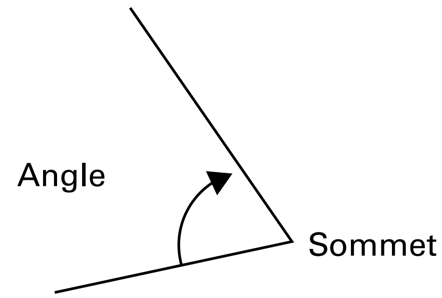
CONCEPTS MATHÉMATIQUES

SENS DE L'ESPACE

Mesure et construction des angles

Terminologie liée au concept mathématique

Angle. Amplitude d'une « ouverture ». L'angle peut être déterminé par 2 demi-droites de même origine, par 2 demi-plans qui se croisent ou par une rotation autour d'un point.



Note : Un angle est représenté par le symbole ∠.

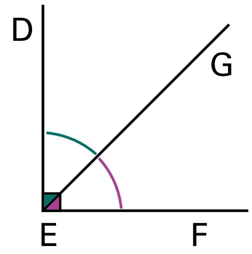
La lettre désignant le sommet d'un angle est toujours placée entre les deux lettres désignant les demi-droites.

La mesure d'un angle est représentée par **m**.

La longueur des segments de droite n'a aucune incidence sur la grandeur de l'angle.

Angle complémentaire. Angle dont la somme des mesures est égale à 90°.

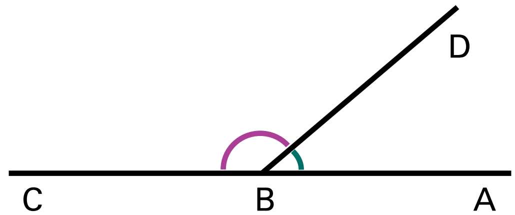
Exemple : Les angles DEG et GEF sont des angles complémentaires adjacents.



$$m\angle DEG + m\angle GEF = 90°$$

Angle supplémentaire. Angle dont la somme des mesures est égale à 180°.

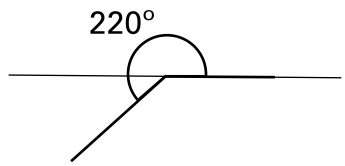
Exemple : Les angles ABD et DBC sont des angles supplémentaires adjacents.



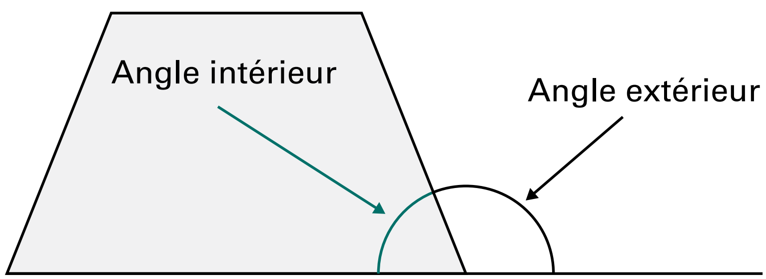
$$m\angle ABD + m\angle DBC = 180^\circ$$

Angle rentrant. Angle dont la mesure est supérieure à 180°.

Exemple :

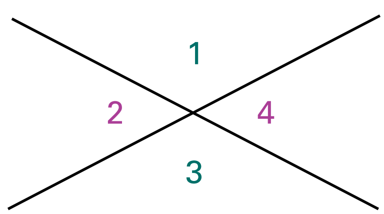


Angle intérieur et angle extérieur d'un polygone. Un angle intérieur d'un polygone est formé par 2 côtés du polygone. Un angle extérieur est formé par le prolongement d'un des côtés avec un côté de ce même polygone.



Angles opposés par le sommet. 2 angles congrus non adjacents formés par l'intersection de 2 droites.

Exemple : Les angles 1 et 3 sont opposés par le sommet. Les angles 2 et 4 sont opposés par le sommet.

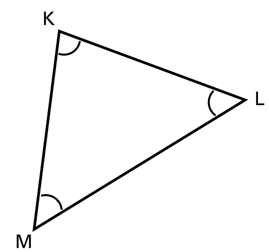


$$m\angle 1 = m\angle 3 \text{ et } m\angle 2 = m\angle 4$$

Angles intérieurs d'un triangle. La somme des angles intérieurs d'un triangle est de 180°.

Exemple :

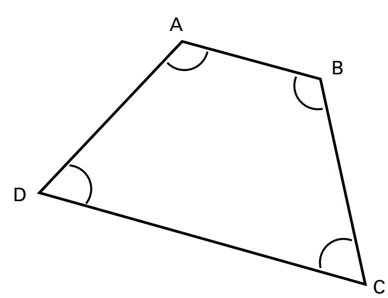
$$m\angle K + m\angle L + m\angle M = 180^\circ$$



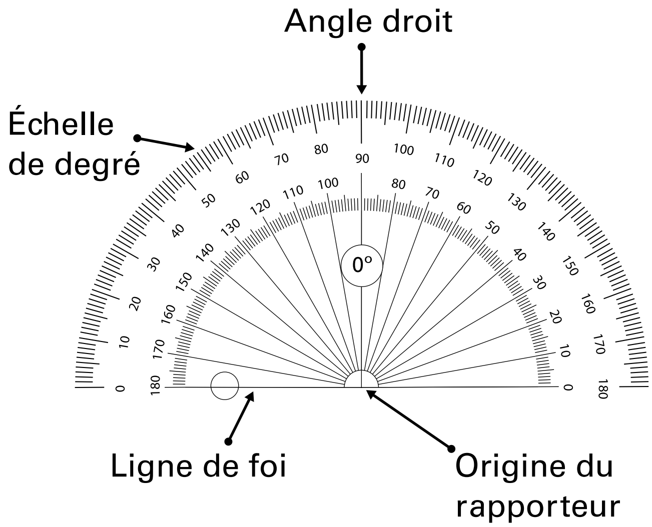
Angles intérieurs d'un quadrilatère. La somme des angles intérieurs d'un quadrilatère est de 360°.

Exemple :

$$m\angle A + m\angle B + m\angle C + m\angle D = 360^\circ$$



Rapporteur d'angle. Instrument pour mesurer un angle.



Notes : Pour mesurer à l'aide d'un rapporteur d'angle, voici les 3 étapes à suivre :

Étape 1 : On place l'origine du rapporteur (le point milieu du demi-cercle) sur le sommet de l'angle.

Étape 2 : On aligne la ligne de foi (ligne du zéro) du rapporteur avec l'un des côtés de l'angle.

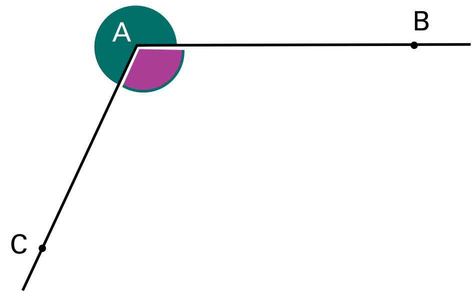
Étape 3 : On lit la mesure de l'angle à l'endroit où le deuxième côté de l'angle rencontre les graduations (lignes) du rapporteur. Selon qu'il s'agit d'un angle aigu ou d'un angle obtus, on lira la mesure de l'angle sur l'une ou l'autre des échelles de degré.

Cet instrument est gradué en degrés que l'on note °.

Mise en contexte du concept mathématique

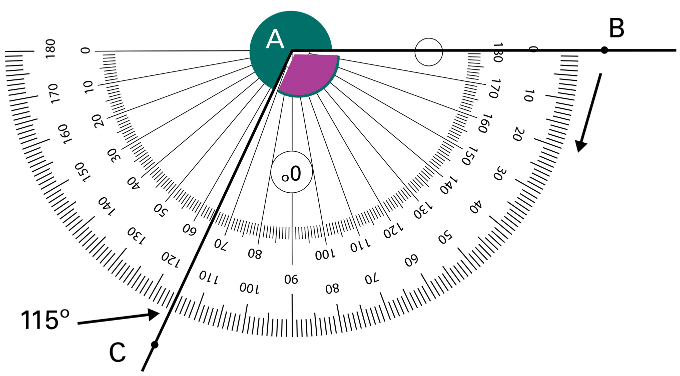
EXEMPLE 1

Détermine, en utilisant un rapporteur d'angle, la mesure des 2 angles que forment les segments de droites AB et AC. Qu'observes-tu?



STRATÉGIE 1

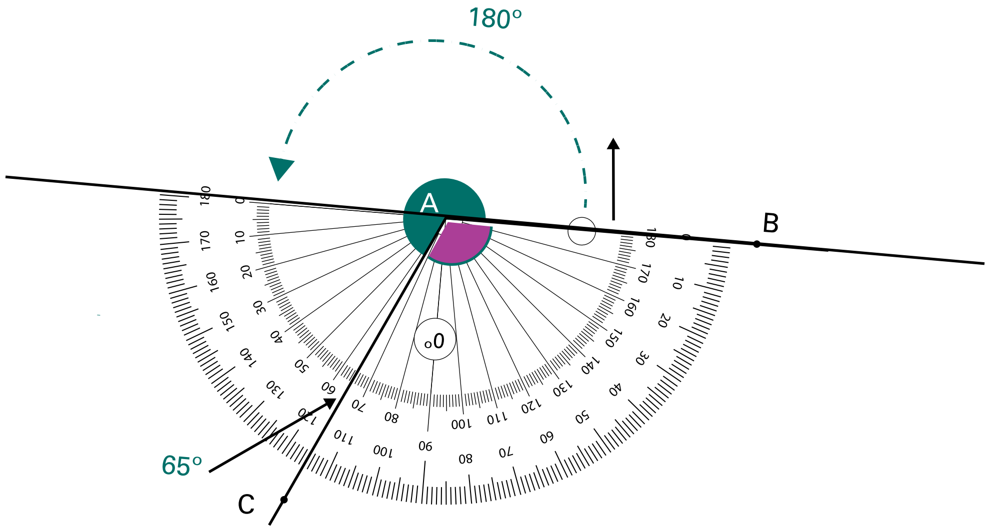
Je mesure en premier l'angle BAC (angle obtus) dans le sens des aiguilles d'une montre. Je place mon rapporteur d'angle de manière à avoir ma ligne de foi sur le segment AB et l'origine de mon rapporteur en A.



Je peux maintenant lire sur mon rapporteur la valeur de l'angle en me servant de la graduation extérieure du rapporteur en partant du zéro.

$m\angle BAC = 115°$

Je peux maintenant mesurer l'angle rentrant BAC dans le sens contraire des aiguilles d'une montre. Je trace le prolongement du segment de droite AB pour trouver l'angle plat de 180°. Je place alors la ligne de foi de mon rapporteur d'angles sur le segment de droite AB et cette fois, je lis la mesure de l'angle en partant du zéro qui est sur la graduation intérieure du rapporteur.



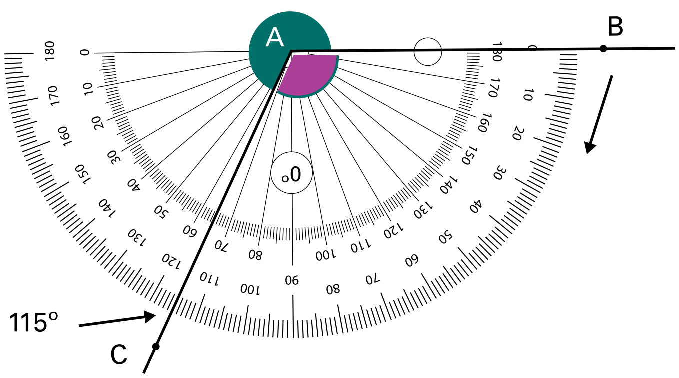
$$m\angle BAC = 180° + 65°$$
$$= 245°$$

J'observe que si j'additionne la mesure de l'angle trouvée en mesurant dans le sens des aiguilles d'une montre et la mesure de l'angle trouvée en mesurant dans le sens contraire des aiguilles d'une montre, j'obtiens 360°, soit la mesure d'un angle plein.

$$m\angle BAC + m\angle BAC = 115° + 245°$$
$$= 360°$$

STRATÉGIE 2

Je mesure en premier l'angle BAC (angle obtus) dans le sens des aiguilles d'une montre. Je place mon rapporteur de manière à avoir ma ligne de foi sur le segment AB et l'origine de mon rapporteur en A.



Je peux maintenant lire sur mon rapporteur la valeur de l'angle en me servant de la graduation extérieure du rapporteur en partant du zéro.

$m\angle BAC = 115°$

Pour la mesure de l'angle rentrant BAC (supérieur à 180°), j'utilise l'angle restant de 360°.

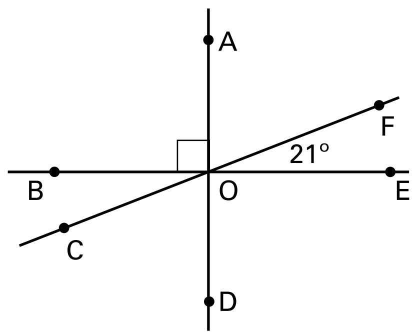
360°	
115°	m°

$$360° = 115° + m$$
$$360° - 115° = m$$
$$245° = m$$

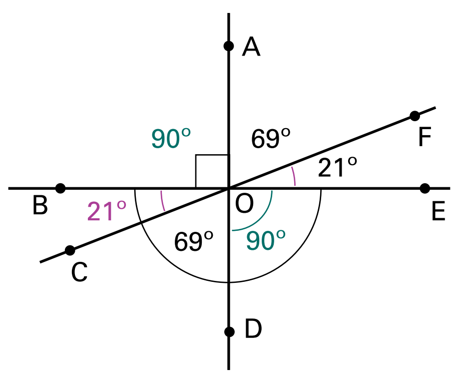
L'angle BAC (rentrant) mesure donc 245°.

EXEMPLE 2

Détermine, sans utiliser de rapporteur, la mesure de chacun des angles que forment les 2 droites. Pour chaque angle, identifie la propriété des angles utilisée.



STRATÉGIE 1



L'angle DOE et l'angle AOB sont opposés par le sommet. Les mesures des angles sont donc congrues. Je sais que l'angle AOB est un angle droit donc sa mesure est de 90°. Alors l'angle DOE est aussi un angle droit.

$$m\angle DOE = m\angle AOB$$
$$= 90°$$

L'angle BOC et l'angle EOF sont opposés par le sommet. Les mesures des angles sont donc congrues. Je sais que l'angle EOF 21°, alors l'angle BOC mesure aussi 21°.

$$m\angle BOC = m\angle \mathrm{EOF}$$
$$= 21^\circ$$

L'angle BOC, l'angle DOE et l'angle COD sont supplémentaires. Je sais que la somme des mesures de ces trois angles est égale à un angle plat (180°).

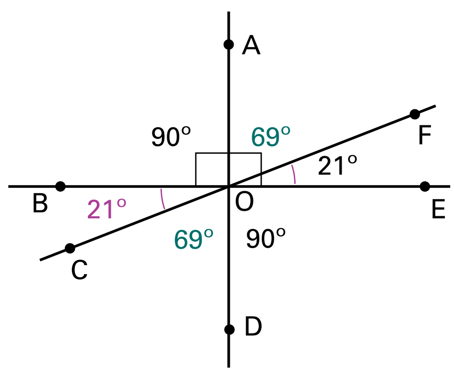
180°		
21°	90°	$m\angle COD$

$$m\angle COD = 180^\circ - 21^\circ - 90^\circ$$
$$= 69^\circ$$

L'angle AOF et l'angle COD sont opposés par le sommet donc les mesures des angles sont congrues.

$$m\angle AOF = \mathrm{m}\angle COD$$
$$= 69^\circ$$

STRATÉGIE 2



L'angle AOF et l'angle EOF sont complémentaires. Je sais que la somme des mesures de ces deux angles est égale à 90°.

$$m\angle AOF = 90^\circ - 21^\circ$$
$$= 69^\circ$$

L'angle BOC et l'angle EOF sont opposés par le sommet. Je sais donc que les mesures de ces angles sont congrues.

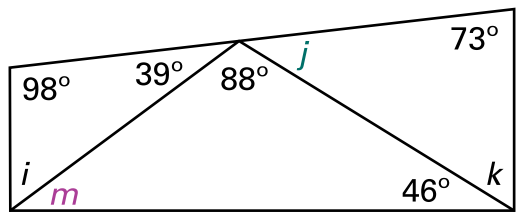
$$m\angle BOC = m\angle EOF$$
$$= 21^\circ$$

L'angle DOE et l'angle AOB sont opposés par le sommet. Je sais donc que les mesures de ces angles sont congrues.

$$\begin{aligned} m\angle DOE &= m\angle AOB \\ &= 90^\circ \end{aligned}$$

EXEMPLE 3

Détermine sans utiliser de rapporteur, la mesure de chaque angle désigné par une lettre dans la figure ci-dessous. Identifie les propriétés des angles te permettant de trouver les mesures manquantes.



STRATÉGIE

L'angle de 39°, l'angle de 88° et l'angle j sont des angles supplémentaires. La somme des mesures des angles formant un angle plat est égale à 180°. Je détermine donc la mesure de l'angle j de la façon suivante :

$$\begin{aligned} 39^\circ + 88^\circ + m\angle j &= 180^\circ \\ 127^\circ + m\angle j &= 180^\circ \\ 127^\circ - 127^\circ + m\angle j &= 180^\circ - 127^\circ \\ m\angle j &= 53^\circ \end{aligned}$$

La mesure de l'angle j est de 53°.

L'angle j, l'angle de 73° et l'angle k sont les angles d'un triangle. La somme des mesures des angles d'un triangle est de 180°. Je détermine donc la mesure de l'angle k de la façon suivante :

$$\begin{aligned} m\angle j + 73^\circ + m\angle k &= 180^\circ \\ 53^\circ + 73^\circ + m\angle k &= 180^\circ \\ 126^\circ + m\angle k &= 180^\circ \\ 126^\circ - 126^\circ + m\angle k &= 180^\circ - 126 \\ m\angle k &= 54^\circ \end{aligned}$$

La mesure de l'angle k est de 54°.

Je suis la même démarche pour déterminer la mesure de l'angle m.

$$88° + 46° + m\angle m = 180°$$
$$134° + m\angle m = 180°$$
$$134° - 134° + m\angle m = 180° - 134°$$
$$m\angle m = 46°$$

La mesure de l'angle m est de 46°.

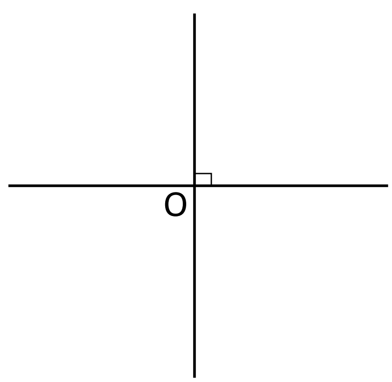
Pour déterminer la mesure de l'angle i, j'utilise la propriété des angles dans un quadrilatère, donc la somme des mesures des angles du quadrilatère est égale à 360°.

$$98° + 73° + m\angle k + 46° + m\angle m + m\angle i = 360°$$
$$217° + 54° + 46° + m\angle i = 360°$$
$$317° + m\angle i = 360°$$
$$317° - 317° + m\angle i = 360° - 317°$$
$$m\angle i = 43°$$

La mesure de l'angle i est de 43°.

EXEMPLE 4

Trace, dans le plan ci-dessous, 2 segments de droites OA et OB qui forment un angle de 235°.

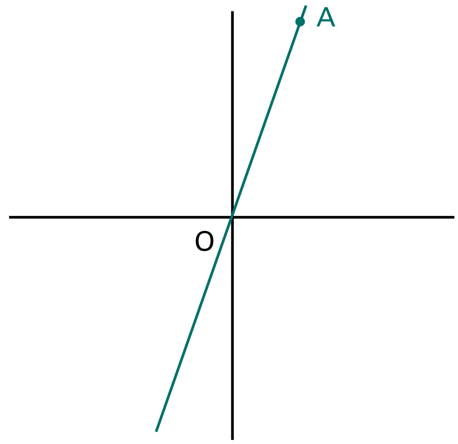


STRATÉGIE 1

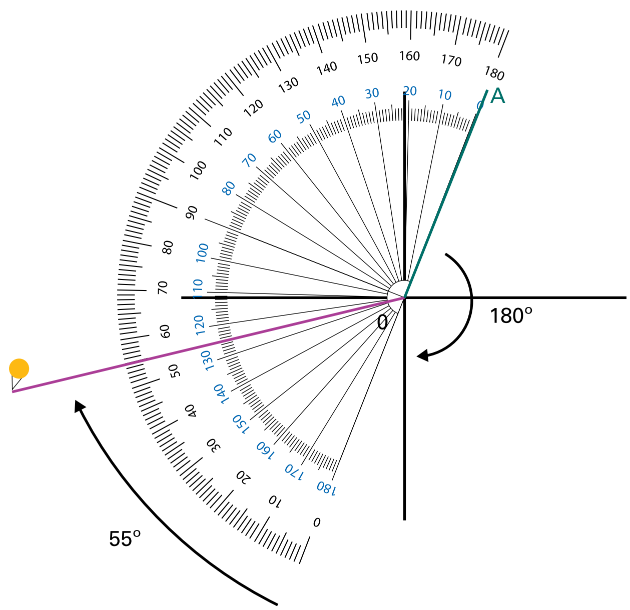
L'angle de 235° est un angle rentrant, il est donc plus grand que 180°, plus grand que l'angle plat. Pour tracer cet angle, je vais donc utiliser l'addition de 2 angles :

235° = 180° + 55°.

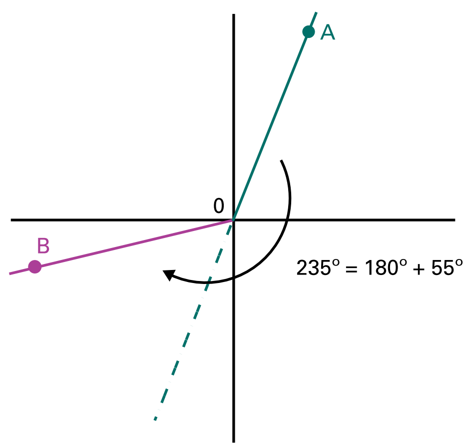
J’utilise une règle pour tracer une droite qui passe par le point O et je place le point A pour créer le segment OA.



Ensuite, je place mon rapporteur de manière à avoir ma ligne de foi sur la droite tracée. Je mesure l’angle de 55° qui complètera mon angle à tracer de 235°.



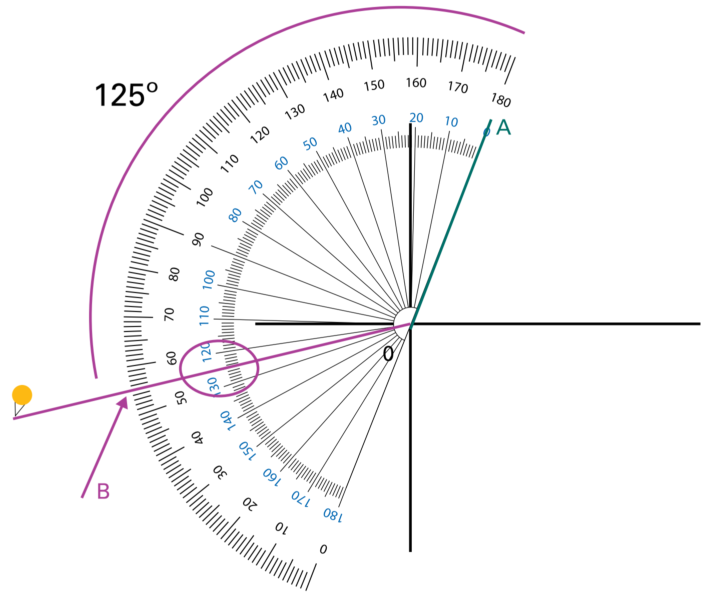
Je peux alors placer le point B et tracer le segment de droite OB.



STRATÉGIE 2

Comme je sais que l'angle de 235° que je dois tracer est un angle rentrant, donc plus grand que 180°, je peux utiliser l'angle manquant à l'angle plein (360°) pour tracer cet angle. Je trace le segment de droite OA. À partir de celui-ci, je lirai donc la mesure dans le sens inverse des aiguilles d'une montre sur mon rapporteur d'angle.

360° – 235° = 125°



Je peux alors placer le point B et ensuite tracer le segment OB. En ayant tracé un angle de 125°, j'ai nécessairement tracé un angle de 235° puisque 360° – 125° = 235°.