6^{e} année

En avant, les maths!

Une approche renouvelée pour l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques

MINILEÇON

SENS DE L'ESPACE

Mesurer l'aire de trapèzes, de losanges, de cerfs-volants et de polygones complexes

RÉSUMÉ

Dans cette minileçon, l’élève détermine l’aire de trapèzes, de losanges, de cerfs-volants et de polygones complexes.

PISTES D’OBSERVATION

L’élève :

- montre sa compréhension du concept d’aire et d’aire totale;
- reconnaît la relation entre l’aire totale d’un polygone complexe et l’aire des polygones (triangles, rectangles ou parallélogrammes) qui le composent;
- connaît la formule pour calculer l’aire des triangles et l’aire des parallélogrammes;
- calcule l’aire de différents polygones en les décomposant en figures planes avec des aires connues;
- reconnaît les bases et les hauteurs dans les polygones.

MATÉRIEL

- calculatrices;
- règles;
- logiciel de géométrie, facultatif.

CONCEPTS MATHÉMATIQUES

Les concepts mathématiques nommés ci-dessous seront abordés dans cette minileçon. Une explication de ceux-ci se trouve dans la section **Concepts mathématiques**.

Domaine d’étude	Concepts mathématiques
Sens de l’espace	Mesure de l’aire et de l’aire totale
Sens de l’espace	Identification des propriétés géométriques des figures planes
Algèbre	Résolution d’équations

PARTIE 1 – EXPLORATION GUIDÉE

Déroulement

- Consulter, au besoin, la fiche **Mesure de l'aire et de l'aire totale** de la section **Concepts mathématiques** afin de revoir avec les élèves les calculs relatifs à l'aire du triangle, du rectangle, du parallélogramme ainsi que la terminologie liée à ces concepts en vue de les aider à réaliser l'activité. Au besoin, consulter les fiches **Identification des propriétés géométriques des figures planes** et **Résolution d'équations** afin de revoir avec les élèves les propriétés géométriques des figures planes à l'étude et les stratégies de résolution d'équations.

- Présenter aux élèves l'**Exemple 1**, soit déterminer l'aire d'un trapèze et d'un cerf-volant.

- Allouer aux élèves le temps requis pour effectuer le travail. À cette étape-ci, l'élève découvre diverses stratégies pour calculer l'aire d'un trapèze et l'aire d'un cerf-volant en utilisant la décomposition en plusieurs polygones ou en créant un autre polygone dont on sait comment calculer l'aire.

- Demander à quelques élèves de faire part au groupe-classe de leur solution et d'expliquer les stratégies utilisées pour calculer l'aire d'un trapèze et l'aire d'un cerf-volant. Inviter les autres élèves à poser des questions afin de vérifier leur compréhension.

- À la suite des discussions, s'assurer que les élèves établissent des liens entre l'aire totale d'un polygone et la somme des aires à l'intérieur de ce polygone (décomposition en plusieurs figures planes).

  Note : Au besoin, consulter le corrigé de la partie 1 pour obtenir des exemples de stratégies.

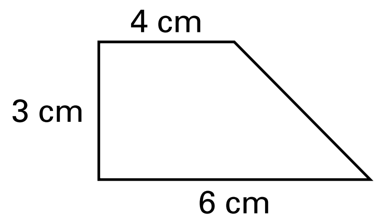
- Encourager les élèves à améliorer leur travail en y ajoutant les éléments manquants.

- Au besoin, présenter aux élèves l'**Exemple 2**, soit déterminer l'aire d'un trapèze et l'aire d'une figure complexe.

CORRIGÉ

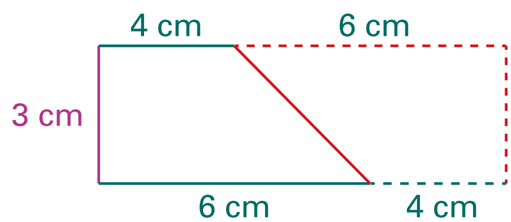
EXEMPLE 1

a) Détermine l'aire du trapèze suivant.



STRATÉGIE 1

Je forme un rectangle en doublant le trapèze. Je calcule l'aire du rectangle, puis je divise le résultat par 2.

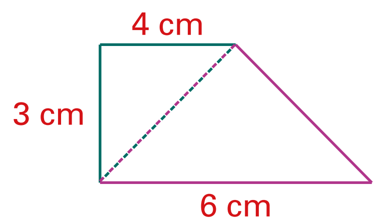


$$
\begin{aligned}
A_{\text{trapèze}} &= A_{\text{rectangle}} \div 2 \\
&= b \times h \div 2 \\
&= (b + B) \times h \div 2 \\
&= (4 + 6) \times 3 \div 2 \\
&= 10 \times 3 \div 2 \\
&= 15 \text{ cm}^2
\end{aligned}
$$

L'aire du trapèze est de 15 cm^2.

STRATÉGIE 2

Je décompose le trapèze en 2 triangles. Je calcule l'aire du trapèze en additionnant l'aire des 2 triangles.

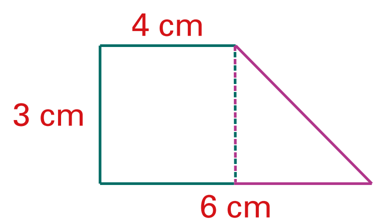


$$\begin{aligned} A_{\text{trapèze}} &= A_{\text{petit rectangle}} + A_{\text{grand rectang}} \\ &= b \times h \div 2 + B \times h \div 2 \\ &= 4 \times 3 \div 2 + 6 \times 3 \div 2 \\ &= 6 + 9 \\ &= 15\ \text{cm}^2 \end{aligned}$$

L'aire du trapèze est de 15 cm².

STRATÉGIE 3

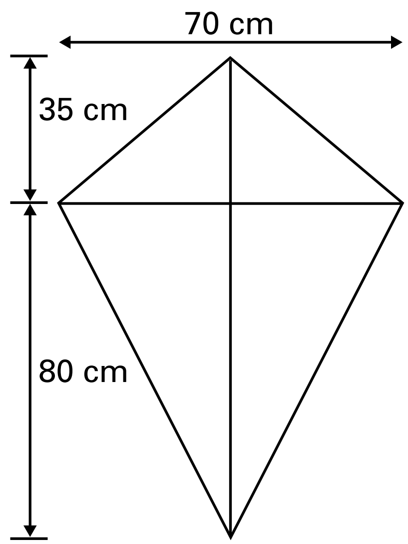
Je décompose le trapèze en 2 figures, soit un rectangle et un triangle. Je calcule l'aire du trapèze en additionnant l'aire du rectangle et l'aire du triangle.



$$\begin{aligned} A_{\text{trapèze}} &= A_{\text{rectangle}} + A_{\text{triangle}} \\ &= b \times h + (B - b) \times h \div 2 \\ &= 4 \times 3 + (6 - 4) \times 3 \div 2 \\ &= 12 + 2 \times 3 \div 2 \\ &= 12 + 3 \\ &= 15\ \text{cm}^2 \end{aligned}$$

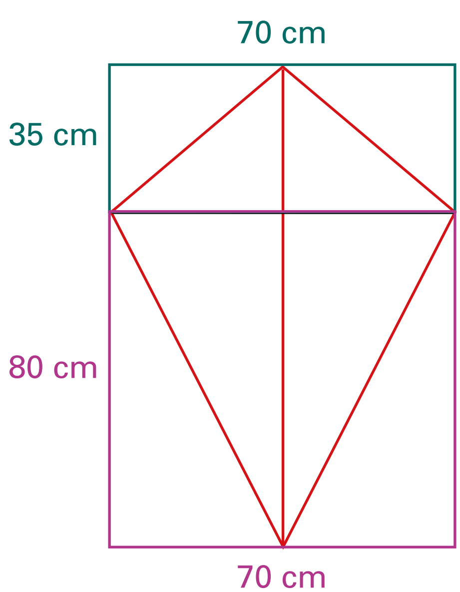
L'aire du trapèze est de 15 cm².

b) Pour ton cours de sciences, tu dois construire un cerf-volant avec du papier de soie. Tu dois connaître la quantité de papier de soie à acheter. Calcule l'aire du cerf-volant que tu dois construire en te basant sur les dimensions ci-dessous.



STRATÉGIE 1

Je forme un rectangle (rectangle 1) en ajoutant 2 petits triangles et je forme un autre rectangle (rectangle 2) en ajoutant 2 grands triangles. Ainsi, pour calculer l'aire de ce cerf-volant, je dois diviser l'aire de mes rectangles par 2 et les additionner.



$$A_{\text{cerf-volant}} = \frac{A_{\text{rectangle 1}} + A_{\text{rectangle 2}}}{2}$$

$$= \frac{(b \times h) + (b \times h)}{2}$$

$$= \frac{(70 \times 35) + (70 \times 80)}{2}$$

$$= \frac{(2450) + (5600)}{2}$$

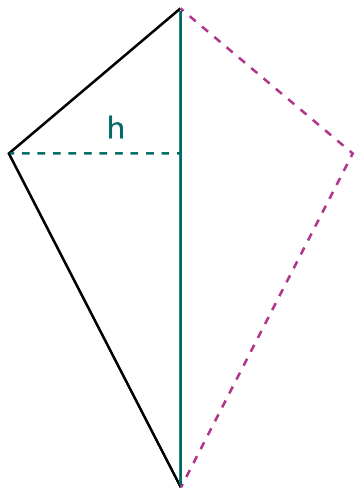
$$= \frac{8050}{2}$$

$$= 4025 \text{ cm}^2$$

L'aire du cerf-volant est donc de 4 025 cm^2.

STRATÉGIE 2

La droite verticale qui passe par les 2 sommets de mon cerf-volant est un axe de symétrie. J'ai donc 2 grands triangles de part et d'autre de cet axe. Je peux calculer l'aire d'un des triangles et la multiplier par 2 pour trouver l'aire du cerf-volant.



$$A_{\text{cerf-volant}} = A_{\text{triangle}} \times 2$$

$$= \frac{b \times h}{2} \times 2$$

$$= \frac{(80 + 35) \times 35}{2} \times 2$$

$$= \frac{115 \times 35}{2} \times 2$$

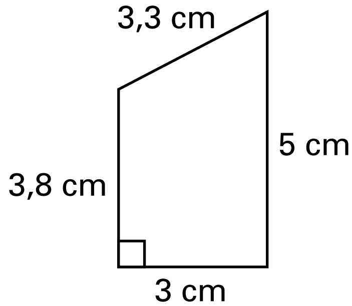
$$= \frac{4025}{2} \times 2$$

$$= 4025 \text{ cm}^2$$

L'aire du cerf-volant est de 4025 cm².

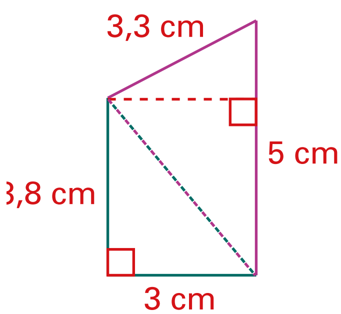
EXEMPLE 2

a) Détermine l'aire du trapèze suivant.



STRATÉGIE 1

Je décompose le trapèze en 2 triangles. Je trouve l'aire de chacun et je les additionne par la suite. Je m'assure de choisir les mesures dont j'ai besoin pour résoudre le problème.

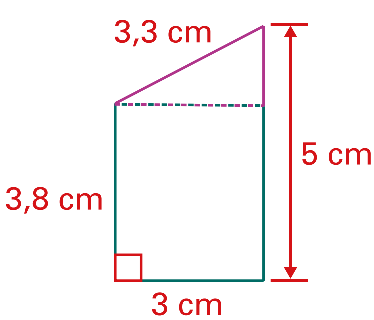


$$\begin{aligned} A_{\text{trapèze}} &= A_{\text{petit rectangle}} + A_{\text{grand triangle}} \\ &= b \times h \div 2 + B \times h \div 2 \\ &= 3{,}8 \times 3 \div 2 + 5 \times 3 \div 2 \\ &= 5{,}7 + 7{,}5 \\ &= 13{,}2\ \text{cm}^2 \end{aligned}$$

L'aire du trapèze est de 13,2 cm².

STRATÉGIE 2

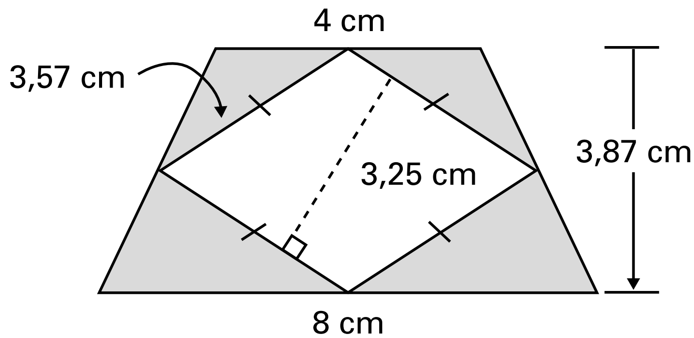
Je décompose le trapèze en un rectangle et un triangle. Je trouve l'aire de chacun et je les additionne par la suite.



$$\begin{aligned} A_{\text{trapèze}} &= A_{\text{rectangle}} + A_{\text{triangle}} \\ &= b \times h + (B - b) \times h \div 2 \\ &= 3{,}8 \times 3 + (5 - 3{,}8) \times 3 \div 2 \\ &= 11{,}4 + 1{,}2 \times 3 \div 2 \\ &= 11{,}4 + 1{,}8 \\ &= 13{,}2\ \text{cm}^2 \end{aligned}$$

L'aire du trapèze est de 13,2 cm².

b) Détermine, au centième près, l'aire de la région ombrée.



STRATÉGIE

Afin de trouver l'aire de la partie ombragée, je dois soustraire l'aire du losange de l'aire du trapèze.

$$\begin{aligned} A &= A_{\text{trapèze}} - A_{\text{losange}} \\ &= \frac{(b + B) \times h}{2} - b \times h \\ &= \frac{(4 + 8) \times 3{,}87}{2} - 3{,}57 \times 3{,}25 \\ &= 23{,}22 - 11{,}6025 \\ &= 11{,}6175 \\ &= 11{,}62 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

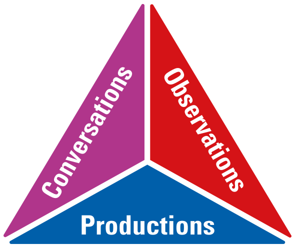
L'aire de la région ombrée est d'environ 11,62 cm².

PARTIE 2 – PRATIQUE AUTONOME

Déroulement

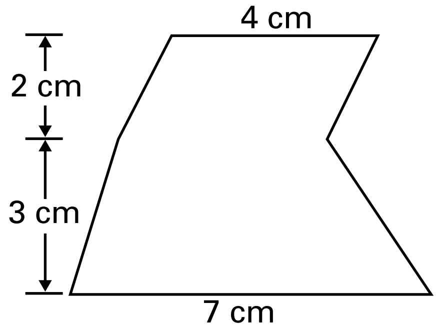
- Au besoin, demander aux élèves de faire quelques exercices de la section **À ton tour!**. Ces exercices peuvent servir de billet de sortie ou autre.
- Recueillir les preuves d'apprentissage des élèves et les interpréter pour déterminer leurs points forts et cibler les prochaines étapes en vue de les aider à s'améliorer.

  Note : Consulter le corrigé de la partie 2, s'il y a lieu.



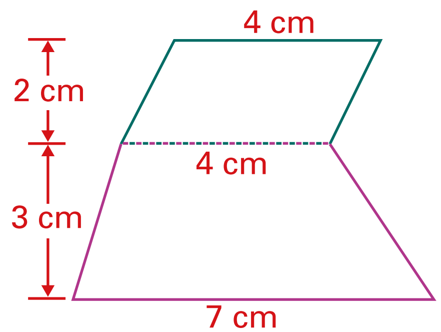
CORRIGÉ

1. Détermine l'aire du polygone suivant :



STRATÉGIE 1

Je peux décomposer ce polygone en un parallélogramme et un trapèze.

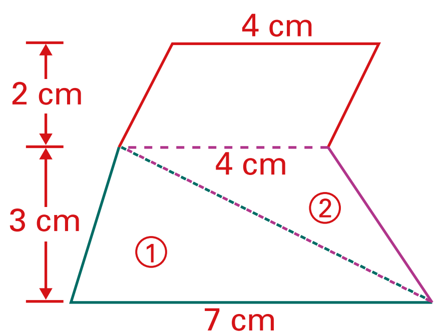


$A_{polygone} = A_{parallélogramme} + A_{trapèze}$
$= b \times h + (b + B) \times h \div 2$
$= 4 \times 2 + (4 + 7) \times 3 \div 2$
$= 8 + 11 \times 3 \div 2$
$= 8 + 16,5$
$= 24,5 \text{ cm}^2$

L'aire du polygone est de 24,5 cm².

STRATÉGIE 2

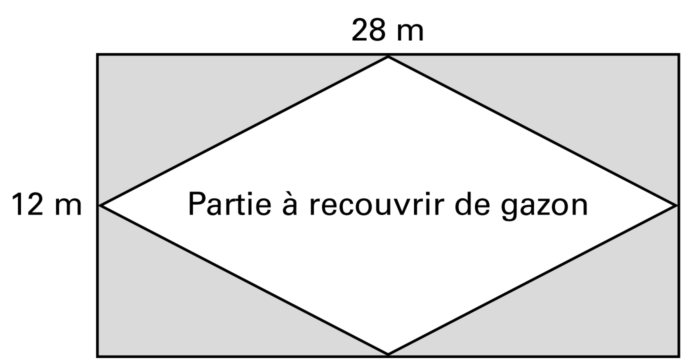
Je peux décomposer ce polygone en un parallélogramme et deux triangles.



$A_{polygone} = A_{parallélogramme} + A_{triangle\ 1} + A_{triangle\ 2}$
$= b \times h + B \times h \div 2 + b \times h \div 2$
$= 4 \times 2 + 7 \times 3 \div 2 + 4 \times 3 \div 2$
$= 8 + 10,5 + 6$
$= 24,5 \text{ cm}^2$

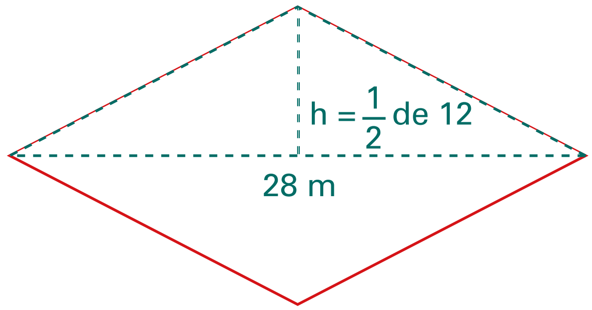
L'aire du polygone est de 24,5 cm².

2. La ville vient de construire une nouvelle aire de jeu dans ton quartier. Il a été décidé de recouvrir la surface en forme de losange de gazon synthétique. Quelle est la mesure de l'aire à recouvrir?



STRATÉGIE 1

Je peux décomposer ce losange en 2 triangles congrus.

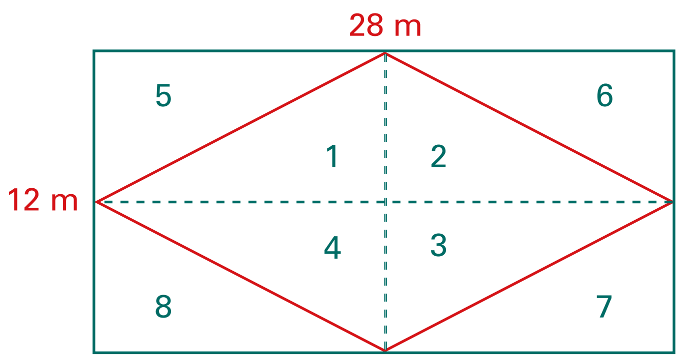


$$A_{losange} = 2 \times A_{triangle}$$
$$= 2 \times \left(\frac{b \times h}{2}\right)$$
$$= 2 \times \left(\frac{28 \times 6}{2}\right)$$
$$= 2 \times 84$$
$$= 168 \text{ m}^2$$

L'aire à recouvrir est donc de 168 m².

STRATÉGIE 2

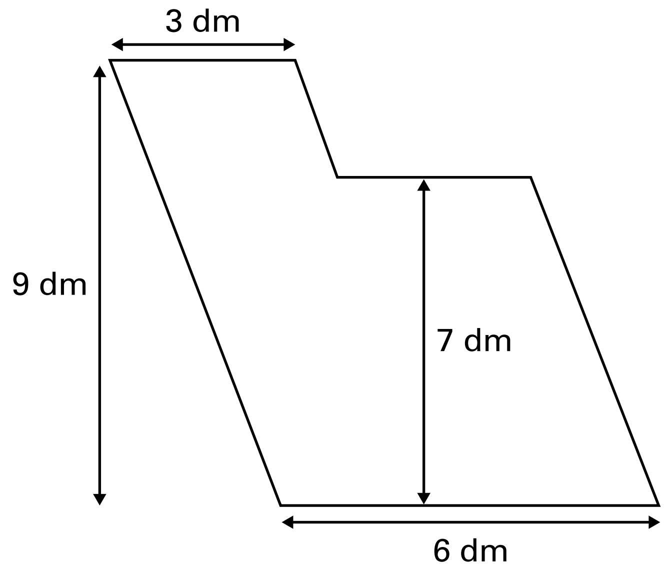
Je remarque que le losange est inscrit dans un rectangle composé de 8 triangles congrus. Pour calculer l'aire de ce losange, je n'ai qu'à diviser l'aire de ce rectangle par 2.



$$A_{losange} = \left(\frac{A_{rectangle}}{2}\right)$$
$$A_{losange} = \left(\frac{b \times h}{2}\right)$$
$$= \left(\frac{28 \times 12}{2}\right)$$
$$= \left(\frac{336}{2}\right)$$
$$= 168 \text{ m}^2$$

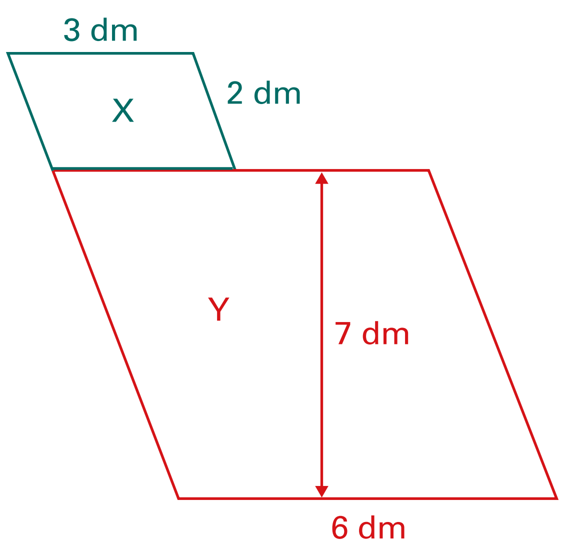
L'aire à recouvrir est donc de 168 m².

3. Détermine l'aire de cette figure. Laisse des traces de ta démarche.



STRATÉGIE 1

Je décompose la figure en 2 parallélogrammes : parallélogramme X et parallélogramme Y. L'aire de la figure sera donc la somme des aires des 2 parallélogrammes.

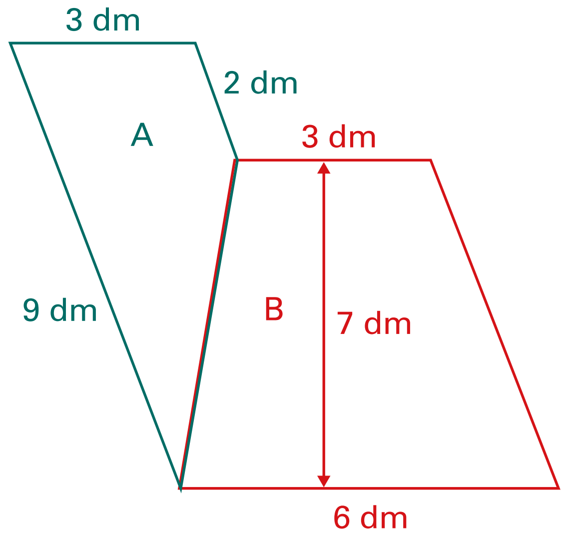


$$\begin{aligned} A_{\text{figure}} &= A_{\text{parallélogramme X}} + A_{\text{parallélogramme Y}} \\ &= b \times h + b \times h \\ &= 3 \times 2 + 6 \times 7 \\ &= 6 + 42 \\ &= 48 \text{ dm}^2 \end{aligned}$$

L'aire de la figure est donc de 48 dm².

STRATÉGIE 2

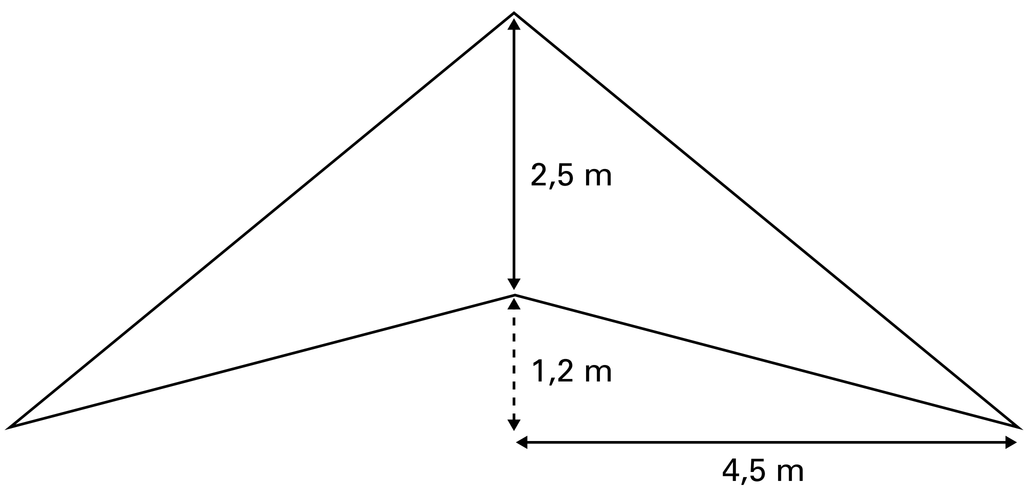
Je décompose la figure en 2 trapèzes : trapèze A et trapèze B. L'aire de la figure sera alors la somme des aires des 2 trapèzes.



$$
\begin{aligned}
A_{figure} &= A_{\text{trapèze A}} + A_{\text{trapèze B}} \\
&= \left(\frac{(b + B) \times h}{2}\right) + \left(\frac{(b + B) \times h}{2}\right) \\
&= \left(\frac{(2 + 9) \times 3}{2}\right) + \left(\frac{(3 + 6) \times 7}{2}\right) \\
&= \left(\frac{33}{2}\right) + \left(\frac{63}{2}\right) \\
&= 16{,}5 + 31{,}5 \\
&= 48 \text{ dm}^2
\end{aligned}
$$

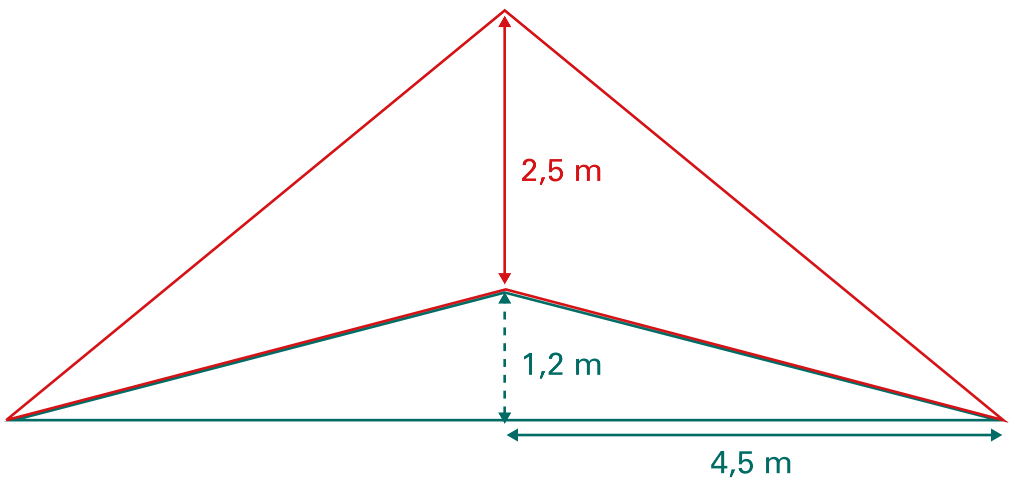
L'aire de la figure est donc de 48 dm^2.

4. Détermine l'aire de cette voile de deltaplane. Laisse des traces de ta démarche.



STRATÉGIE 1

La voile du deltaplane est un deltoïde. J'ajoute au deltoïde un petit triangle afin d'en former un grand. Pour calculer l'aire du deltoïde, je calcule l'aire du grand triangle et j'enlève l'aire du petit triangle.

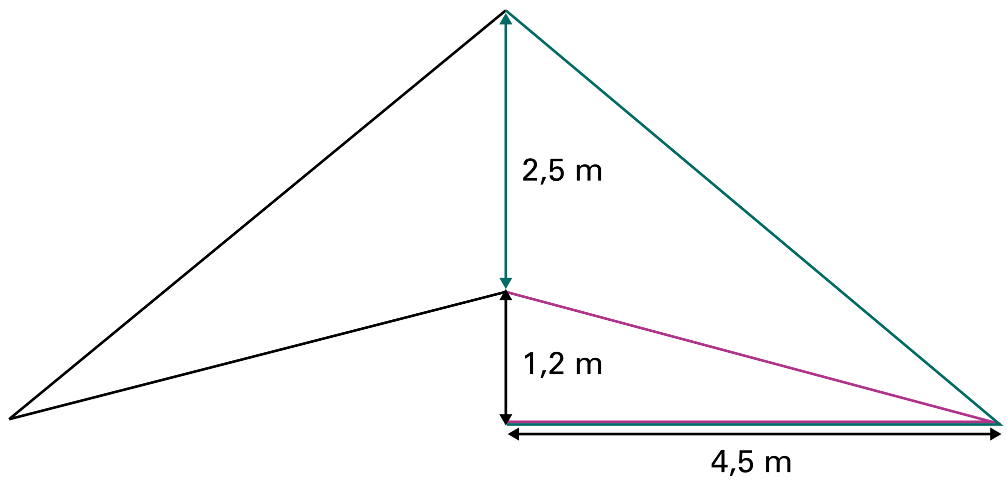


$$
\begin{aligned}
A_{\text{grand triangle}} &= b \times h \div 2 \\
&= (4{,}5 + 4{,}5) \times (2{,}5 + 1{,}2) \div 2 \\
&= 9 \times 3{,}7 \div 2 \\
&= 16{,}65 \text{ m}^2 \\
A_{\text{petit triangle}} &= b \times h \div 2 \\
&= 9 \times 1{,}2 \div 2 \\
&= 9 \times 3{,}7 \div 2 \\
&= 5{,}4 \text{ m}^2 \\
A_{\text{deltoïde}} &= A_{\text{grand triangle}} - A_{\text{petit triangle}} \\
&= 16{,}65 - 5{,}4 \\
&= 11{,}25 \text{ m}^2
\end{aligned}
$$

L'aire de l'aile du deltaplane est donc de 11,25 m².

STRATÉGIE 2

Je trace 2 triangles qui recouvrent la moitié du deltoïde : triangle 1 et triangle 2. L'aire du deltoïde sera donc 2 fois l'aire du triangle 1 à laquelle je soustrais l'aire du triangle 2.



$$
\begin{aligned}
A_{\text{deltoïde}} &= 2 \times (A_{\text{triangle 1}} - A_{\text{triangle 2}}) \\
&= 2 \times (b \times h \div 2 - b \times h \div 2) \\
&= 2 \times (4{,}5 \times 3{,}7 \div 2 - 4{,}5 \times 1{,}2 \div 2) \\
&= 2 \times (16{,}65 \div 2 - 5{,}4 \div 2) \\
&= 2 \times (8{,}325 - 2{,}7) \\
&= 2 \times 5{,}625 \\
&= 11{,}25\ \text{m}^2
\end{aligned}
$$

L'aire de l'aile du deltaplane est donc de 11,25 m^2.

Version de l'élève

6e année

En avant, les maths!

Une approche renouvelée pour l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques

MINILEÇON

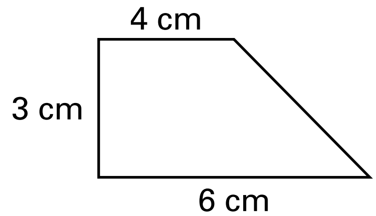
SENS DE L'ESPACE

Mesurer l'aire de trapèzes, de losanges, de cerfs-volants et de polygones complexes

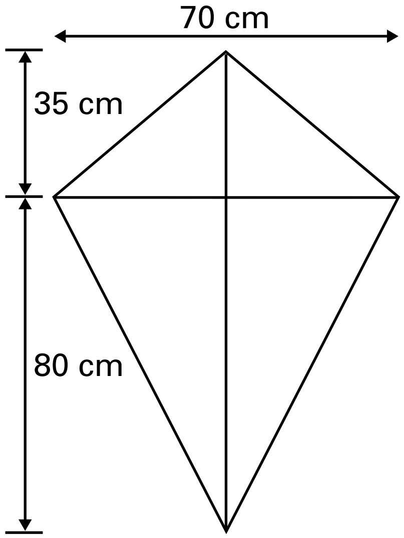
PARTIE 1 – EXPLORATION GUIDÉE

EXEMPLE 1

a) Détermine l'aire du trapèze suivant.



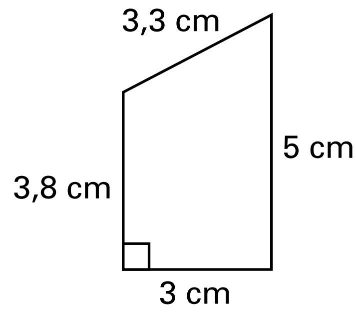
b) Pour ton cours de sciences, tu dois construire un cerf-volant avec du papier de soie. Tu dois connaître la quantité de papier de soie à acheter. Calcule l'aire du cerf-volant que tu dois construire en te basant sur les dimensions ci-dessous.



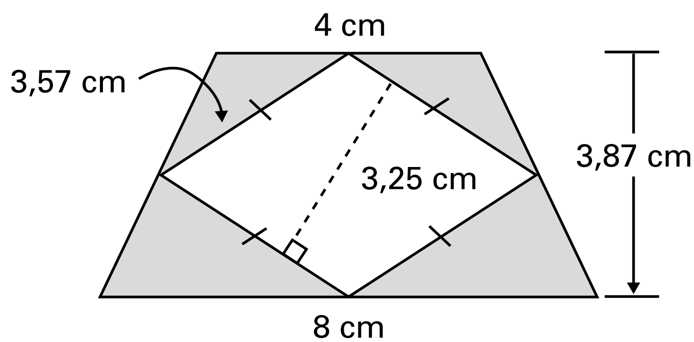
TA STRATÉGIE

EXEMPLE 2

a) Détermine l'aire du trapèze suivant.



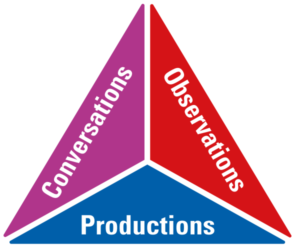
b) Détermine, au centième près, l'aire de la région ombrée.



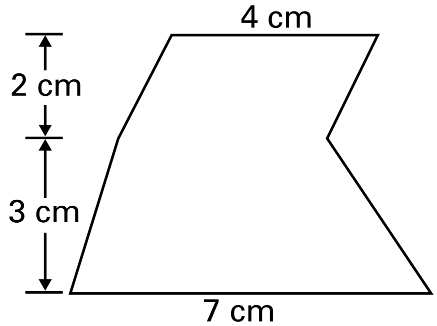
TA STRATÉGIE

PARTIE 2 – PRATIQUE AUTONOME

À ton tour!

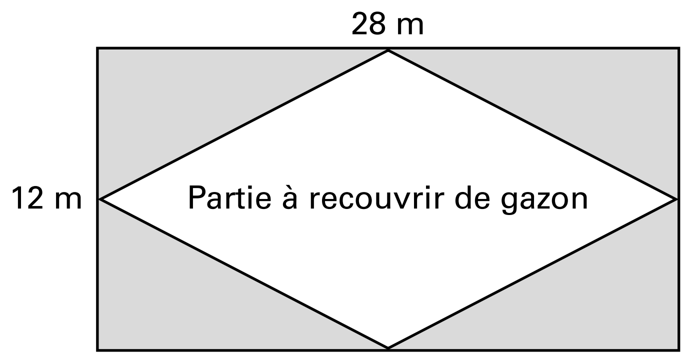


1. Détermine l'aire du polygone suivant :



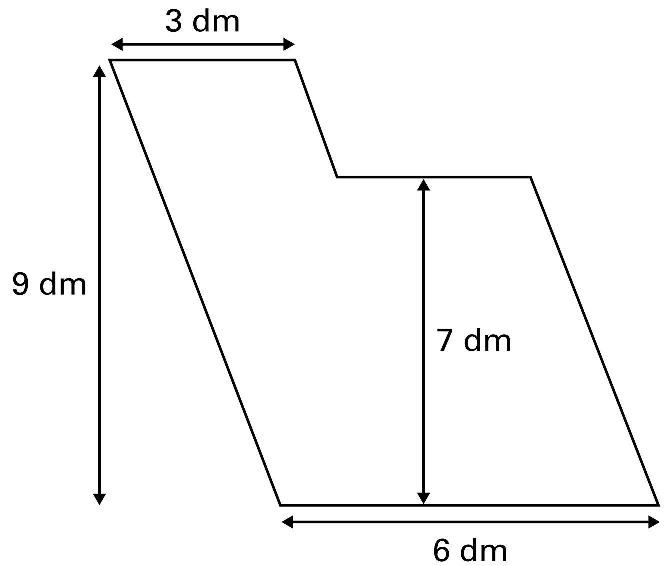
TA STRATÉGIE

2. La ville vient de construire une nouvelle aire de jeu dans ton quartier. Il a été décidé de recouvrir la surface en forme de losange de gazon synthétique. Quelle est la mesure de l'aire à recouvrir?



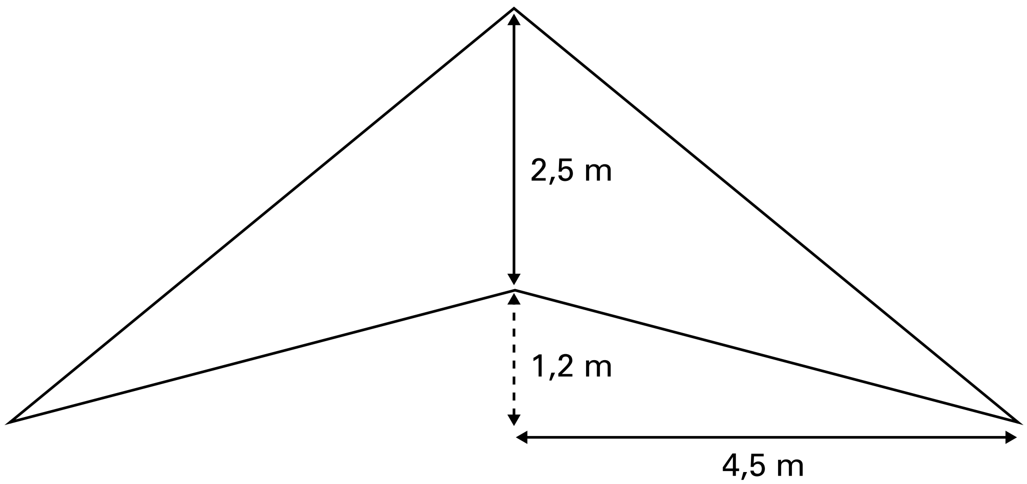
TA STRATÉGIE

3. Détermine l'aire de cette figure. Laisse des traces de ta démarche.



TA STRATÉGIE

4. Détermine l’aire de cette voile de deltaplane. Laisse des traces de ta démarche.



TA STRATÉGIE