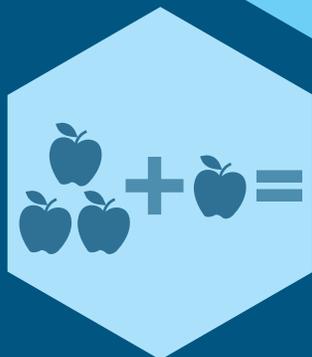
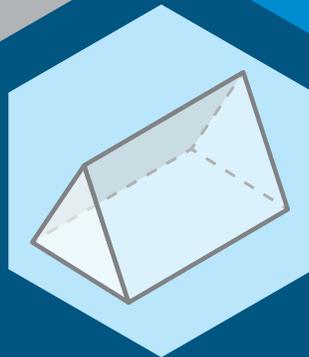
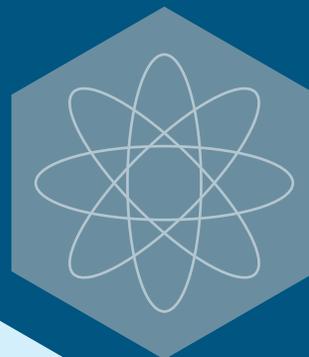


7<sup>e</sup>  
année

# En avant, les maths!

Une approche renouvelée pour l'enseignement  
et l'apprentissage des mathématiques

CONCEPTS MATHÉMATIQUES



ALGÈBRE

Formulation de prédictions et  
identification de termes manquants  
et de valeurs inconnues

# Terminologie liée au concept mathématique

**Interpolation.** Opération qui consiste à estimer la valeur d'une variable entre 2 valeurs connues.

**Exemple :** 7?

Quantité	2	4	6	8	10	12
Coût ( \$ )	6	12	18	24	30	36

**Extrapolation.** Opération qui consiste à estimer la valeur d'une variable à partir de données à l'extérieur de l'intervalle observé.

**Exemple :** Relation entre le numéro de la figure ( $n$ ) et le nombre de points ( $p$ )

Numéro de la figure ( $n$ )	1	2	3	4	5	6	...	10	...	100
Nombre de points ( $p$ )	3	6	9	12	15	18	...	?	...	?

Règle exprimée en symboles (équation) :  $p = 3n$

Si  $n = 10$

$$p = 3n$$

$$p = 3 \times 10$$

$$p = 30$$

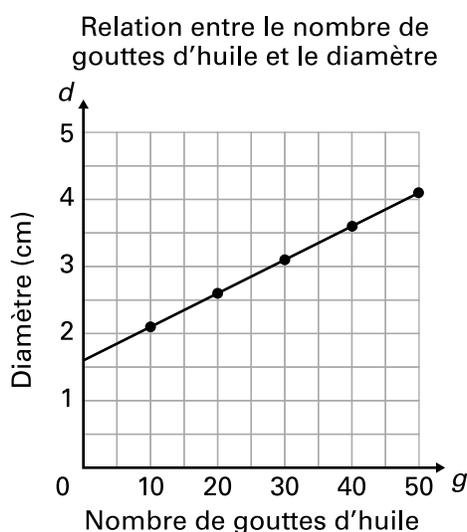
La figure 10 est composée de 30 points. La figure 100 est composée de 300 points.

# Mise en contexte du concept mathématique

## EXEMPLE 1

À l'aide d'un compte-gouttes, on laisse tomber 10 gouttes d'huile dans un bécher rempli d'eau. Les gouttes tombent à peu près au même endroit de manière à former un seul cercle. Ensuite, on mesure le diamètre du cercle obtenu après 10, 20, 30, 40 et 50 gouttes d'huile.

Voici le graphique qui représente la relation entre le nombre de gouttes d'huile et le diamètre du cercle obtenu :



- Quel sera le diamètre du cercle si on laisse tomber 15 gouttes d'huile dans un bécher rempli d'eau?
- Quel sera le diamètre du cercle si on laisse tomber 60 gouttes d'huile dans un bécher rempli d'eau?



## STRATÉGIE 1

**Prédire et identifier des termes manquants d'une règle exprimée à l'aide d'une expression algébrique**

En observant le graphique, je remarque qu'à 0 goutte, le diamètre est de 1,6 cm.

Ensuite, je remarque que le diamètre augmente de 0,5 cm toutes les 10 gouttes : à 10 gouttes d'huile, le diamètre est à 2,1 cm; à 20 gouttes d'huile, le diamètre est à 2,6 cm et à 30 gouttes d'huile, le diamètre est à 3,1 cm et ainsi de suite.

Pour trouver la mesure du diamètre par goutte, je divise 0,5 cm par 10 gouttes, soit  $0,5 \div 10 = 0,05$ . Donc, à chaque goutte ajoutée, le diamètre augmente de 0,05 cm.

Ainsi, pour trouver le diamètre du cercle, j'additionne la valeur initiale du diamètre (1,6 cm) au nombre de gouttes ( $g$ ) multiplié par 0,05. Donc, l'équation qui représente cette situation est  $1,6 + 0,05 g = \text{diamètre}$ .

a) Si le nombre de gouttes ( $g$ ) est 15, il suffit de remplacer le  $g$  par 15, soit :

$$1,6 + 15 \times 0,05 = 2,35 \\ \approx 2,4$$

Après 15 gouttes, le diamètre est d'environ 2,4 cm.

b) Si le nombre de gouttes ( $g$ ) est 60, il suffit de remplacer le  $g$  par 60, soit :

$$1,6 + 60 \times 0,05 = 4,6$$

Après 60 gouttes, le diamètre est de 4,6 cm.



## STRATÉGIE 2

**Prédire et identifier des termes manquants en utilisant la table de valeurs et/ou la représentation graphique**

a) Je remplis une table de valeurs à l'aide des données représentées dans le graphique.

Nombre de gouttes ( $g$ )	0	10	20	30	40	50
Diamètre en cm ( $d$ )	1,6	2,1	2,6	3,1	3,6	4,1

Puisque 15 gouttes se situent entre 10 et 20 gouttes, je peux déterminer le diamètre approximatif lorsque 15 gouttes tombent, en additionnant les diamètres de 10 gouttes et de 20 gouttes et en divisant la somme par 2.

$$2,1 + 2,6 = 4,7$$

$$4,7 \div 2 = 2,35$$

Après 15 gouttes, le diamètre est de 2,35 cm.

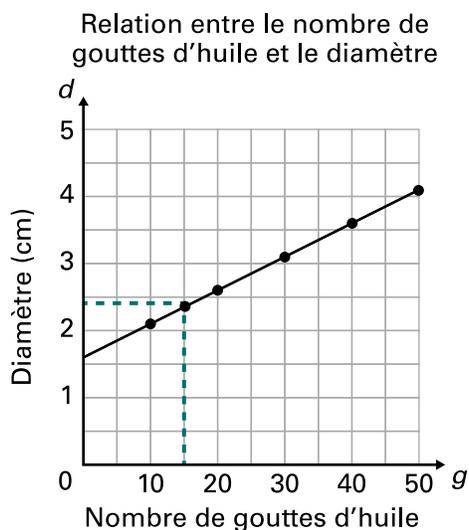
Je sais aussi qu'un bond de 10 gouttes fait augmenter le diamètre de 0,05.

Étant donné que 15 se trouve à mi-chemin, je peux diviser 0,5 en deux, soit  $0,5 \div 2 = 0,25$ . En additionnant cette mesure à 2,1 cm, j'obtiens la mesure du diamètre à 15 gouttes :  $0,25 + 2,1 = 2,35$ .

Nombre de gouttes ( $g$ )	0	10	15	20
Diamètre en cm ( $d$ )	1,6	2,1	2,35	2,6

Après 15 gouttes, le diamètre est de 2,35 cm.

Pour déterminer le diamètre du cercle si on laisse tomber 15 gouttes d'huile, j'utilise la représentation graphique. Dans le graphique, je trace, sur la droite, un point entre 10 et 20 gouttes d'huile afin de représenter 15 gouttes d'huile. Après 15 gouttes, le diamètre est d'environ 2,4 cm.

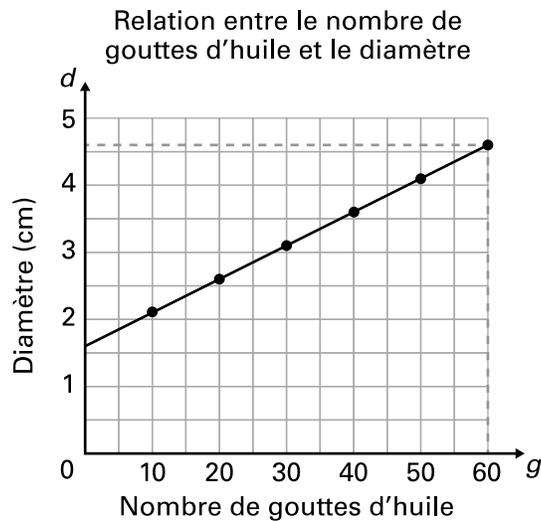


- b) J'observe la table des valeurs. Je remarque qu'il y a des bonds de 10 dans le nombre de gouttes et qu'il y a des bonds de 0,05 dans le diamètre. En m'appuyant sur mes observations, je peux compléter la table de valeurs afin de déterminer quel sera le diamètre du cercle si je laisse tomber 60 gouttes d'huile.

Nombre de gouttes (g)	x	0	10	20	30	40	50	60
Diamètre en cm (d)	y	1,6	2,1	2,6	3,1	3,6	4,1	4,6

Avec 60 gouttes, le diamètre est d'environ 4,6 cm.

Pour déterminer le diamètre du cercle si on laisse tomber 60 gouttes d'huile, j'utilise la représentation graphique. Dans le graphique, j'ajoute un point afin de représenter 60 et je prolonge la droite. Je sais que le cercle formé de 50 gouttes d'huile a un diamètre d'environ 4,4 cm. Le diamètre du cercle formé de 60 gouttes sera d'environ 5 cm.



Après 60 gouttes, le diamètre est d'environ 4,6 cm.

## EXEMPLE 2

Prolonge cette suite à motif croissant. Prédis la 10<sup>e</sup> et la 50<sup>e</sup> figure.

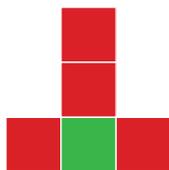


figure 1

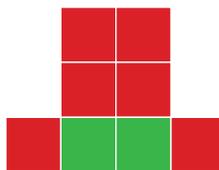


figure 2

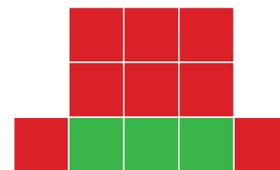


figure 3

## STRATÉGIE 1

**Prédire et identifier des termes manquants au moyen d'une illustration et d'une règle exprimée à l'aide de mots et de symboles (équation)**

J'explique la règle de la suite en m'appuyant sur mes observations.

Dans la figure 1, il y a 1 carré vert et 1 groupe de 2 carrés rouges au-dessus + 2 carrés rouges aux extrémités, donc 5 carrés.

Dans la figure 2, il y a 2 carrés verts et 2 groupes de 2 carrés rouges au-dessus + 2 carrés rouges aux extrémités, donc 8 carrés.

Dans la figure 3, il y a 3 carrés verts et 3 groupes de 2 carrés rouges au-dessus + 2 carrés rouges aux extrémités, donc 11 carrés.

Ainsi, il est possible de prédire la 10<sup>e</sup> figure et la 50<sup>e</sup> figure :

Dans la figure 10, il y a 10 carrés verts et 10 groupes de 2 carrés rouges au-dessus + 2 carrés rouges aux extrémités donc, 32 carrés.

Dans la figure 50, il y a 50 carrés verts et 50 groupes de 2 carrés rouges au-dessus + 2 carrés rouges aux extrémités donc, 152 carrés.

Je remarque aussi que le numéro de la figure correspond au nombre de carrés verts et que le double du numéro de la figure correspond au nombre de carrés rouges au-dessus. En ajoutant les 2 carrés rouges aux extrémités, je peux trouver le nombre de carrés recherchés. Je peux ainsi expliquer la règle à l'aide de symboles (équation) en utilisant  $f$  pour figure, soit  $f + 2f + 2 =$  nombres de carrés. Je peux aussi simplifier cette règle;  $3f + 2 =$  nombres de carrés.

En utilisant cette équation, il est possible de prédire et d'identifier le nombre de carrés nécessaires pour la 10<sup>e</sup> figure et la 50<sup>e</sup> figure. Il s'agit de remplacer la variable  $f$  par le numéro de la figure.

$3f + 2 =$  nombres de carrés.

10<sup>e</sup> figure :  $3 \times 10 + 2 = 32$

50<sup>e</sup> figure :  $3 \times 50 + 2 = 152$

À la 10<sup>e</sup> figure, il y a 32 carrés.

À la 50<sup>e</sup> figure, il y a 152 carrés.



## STRATÉGIE 2

**Prédire et identifier des termes manquants au moyen d'une table de valeurs et/ou d'une représentation graphique**

Je remplis une table de valeurs à partir de la suite.

Figure	1	2	3
Carrés	5	8	11

Je remarque qu'il y a une régularité de +3.

Figure	1	2	3
Carrés	5	8	11

+3   +3

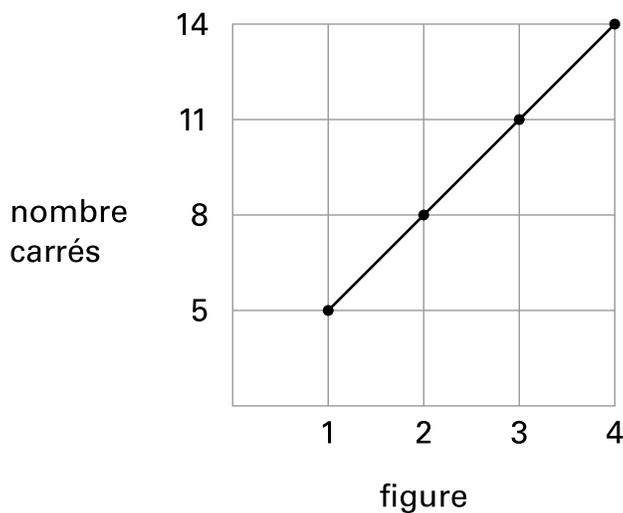
Ainsi, je peux continuer à remplir la table de valeurs afin de trouver la 10<sup>e</sup> figure et la 50<sup>e</sup> figure.

Rang	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Terme	5	8	11	14	17	20	23	26	29	32
Rang	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Terme	35	38	41	44	47	50	53	56	59	62
Rang	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
Terme	65	68	71	74	77	80	83	86	89	92
Rang	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
Terme	95	98	101	104	107	110	113	116	119	122
Rang	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
Terme	125	128	131	134	137	140	143	146	149	152

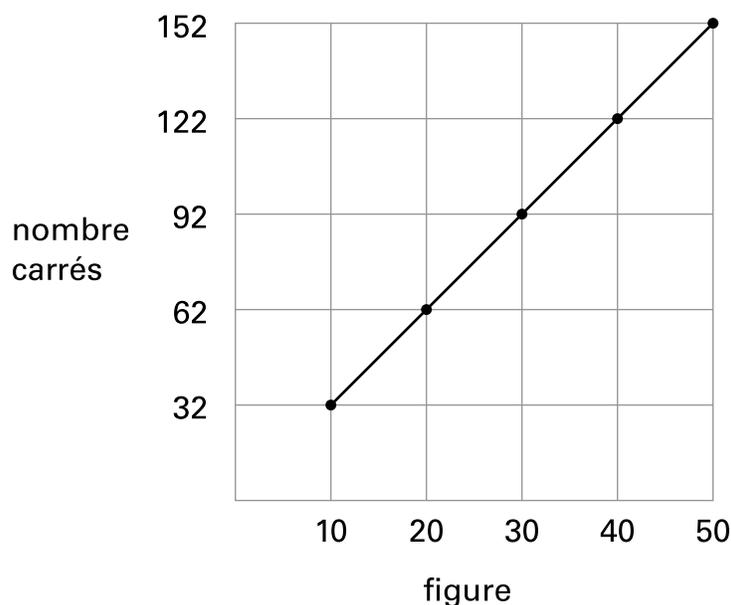
À la 10<sup>e</sup> figure, il y a 32 carrés.

À la 50<sup>e</sup> figure, il y a 152 carrés.

À partir de la suite ou de la table de valeurs, je remplis un graphique.



Ainsi, je peux prolonger la droite et trouver la 10<sup>e</sup> et la 50<sup>e</sup> figure.



À la 10<sup>e</sup> figure, il y a 32 carrés.

À la 50<sup>e</sup> figure, il y a 152 carrés.

### EXEMPLE 3

Au début d'un jeu en ligne, il y a 1,25 \$ dans la banque virtuelle. Toutes les heures, tu dois donner 0,05 \$ de cet argent virtuel. Détermine combien d'argent tu auras en banque après 3 heures de jeu. Combien auras-tu après 24 heures de jeu?



### STRATÉGIE 1

**Prédire et identifier des termes manquants à l'aide d'une règle exprimée à l'aide de mots et d'une équation**

Je sais qu'au départ, il y a 1,25 \$ dans la banque virtuelle. Ensuite, chaque heure ( $h$ ), le montant baisse de 0,05 \$, ce qui peut être représenté par l'expression algébrique :

$1,25 \$ - 0,05 \$ \times h$ . En utilisant l'équation  $1,25 \$ - 0,05 \$ / h$ , il est possible de prédire et d'identifier le montant d'argent virtuel en banque après 3 heures et 24 heures. Il s'agit de remplacer la variable  $h$  par le nombre d'heures.

Pour trouver l'argent virtuel en banque après 3 heures, je peux utiliser l'expression algébrique :  $1,25 \$ - 0,05 \$ \times 3 = 1,10 \$$ .

Pour trouver l'argent virtuel en banque après 24 heures, je peux utiliser l'expression algébrique :  $1,25 \$ - 0,05 \$ \times 24 = 0,05 \$$ .

Après 3 heures, il reste 1,10 \$ en argent virtuel en banque.

Après 24 heures, il reste 0,05 \$ en argent virtuel en banque.

## STRATÉGIE 2

### Prédire et identifier des termes manquants au moyen d'une table de valeurs et/ou d'une représentation graphique

Je crée une table de valeurs. J'inscris, dans mon tableau, les heures ainsi que l'argent virtuel.

Heures	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Argent virtuel \$	1,25	1,20	1,15	1,10	1,05	1,00	0,95	0,90	0,85	0,80
Heures	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
Argent virtuel \$	0,75	0,70	0,65	0,60	0,55	0,50	0,45	0,40	0,35	0,30
Heures	20	21	22	23	24					
Argent virtuel \$	0,25	0,20	0,15	0,10	0,05					

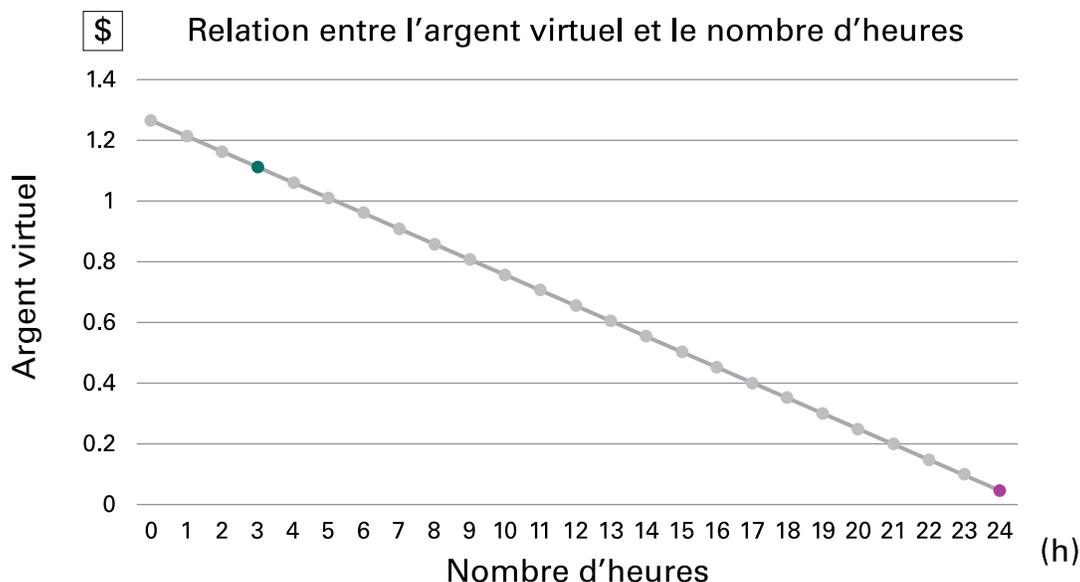
Je sais que le montant baisse de 0,05 \$ par heure. Je m'appuie sur la règle de régularité  $-0,05$  \$ pour remplir la table des valeurs.

Ainsi, je remarque que :

Après 3 heures de jeu, il y aura 1,10 \$ dans la banque virtuelle.

Après 24 heures de jeu, il y aura 0,05 \$ dans ma banque virtuelle.

Avec les valeurs de la table de valeurs, je remplis un graphique.



Ainsi, je remarque que :

Après 3 heures de jeu, il y aura 1,10 \$ dans la banque virtuelle.

Après 24 heures de jeu, il y aura 0,05 \$ dans ma banque virtuelle.