7e année

En avant, les maths!

Une approche renouvelée pour l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques

CONCEPTS MATHÉMATIQUES

SENS DE L'ESPACE

Mesure du volume

Terminologie liée au concept mathématique

Capacité. Quantité de liquide, de grains ou de tout autre objet qui comble l'espace utilisable d'un récipient.

Note : La capacité est le volume maximal que peut contenir un récipient. Pour trouver la mesure de la capacité d'un contenant, on se sert de la mesure de son volume.
La mesure de la capacité s'exprime en litres (par exemple, l, ml, cl, dl).
Il existe des relations entre les unités métriques de capacité et de volume : 1 ml de liquide occupe 1 cm^3 d'espace, et un récipient de 1 l a un volume intérieur de 1000 cm^3.

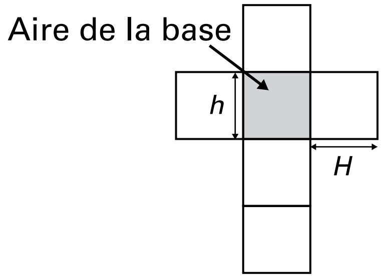
Note : Le symbole pour « litre » peut s'écrire l ou L.

Volume d'un prisme. Mesure en unités cubes de l'espace à trois dimensions occupé par un objet solide. On mesure habituellement le volume en centimètres cubes et en mètres cubes.

Note : Dans la formule pour mesurer le volume, $V = A_{\text{base}} \times H$, la variable **H majuscule** représente la hauteur du prisme. La variable **h minuscule**, quant à elle, représente la hauteur du polygone qui forme la base du prisme.

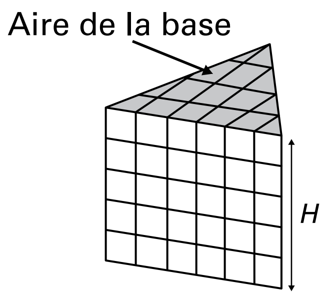
Exemple :

Cube ou prisme droit à base carrée (ou à base rectangulaire)



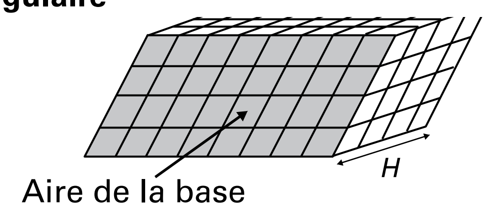
$$\begin{aligned} V &= A_{base} \times H \\ &= A_{carré} \times H \\ &= b \times h \times H \end{aligned}$$

Prisme droit à base triangulaire



$$V = A_{base} \times H$$
$$= A_{triangle} \times H$$
$$= \frac{b \times h}{2} \times H$$

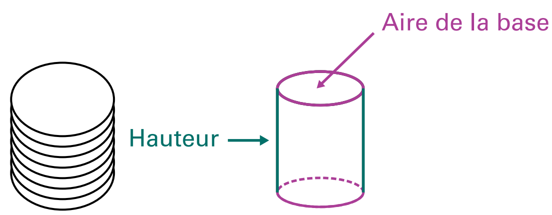
Prisme droit dont la base est un parallélogramme ou prisme oblique à base rectangulaire



$$V = A_{base} \times H$$
$$= A_{parallélogramme} \times H$$
$$= b \times h \times H$$

Volume d'un cylindre. Mesure de l'espace qu'occupe un cylindre.

Notes : Comme pour les prismes, chaque étage (tranche) d'un cylindre est identique.



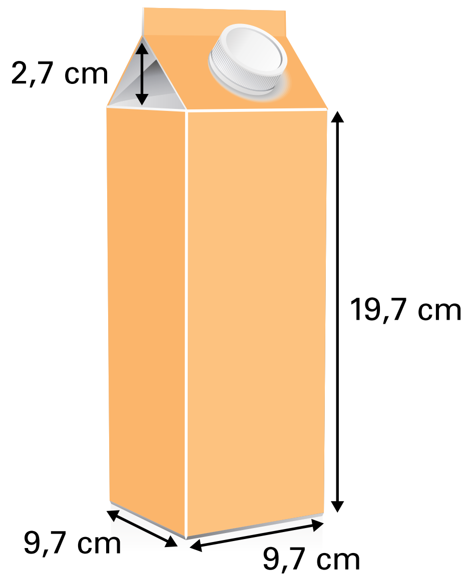
$$V_{cylindre} = A_{base} \times H$$
$$= A_{disque} \times H$$
$$= \pi \times r^2 \times H$$

Mise en contexte du concept mathématique

EXEMPLE 1

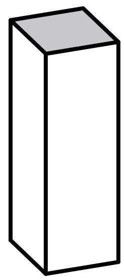
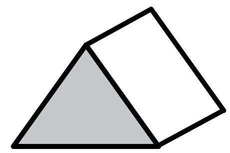
Détermine, à l’unité près, le volume d’un carton de jus semblable à celui ci-contre.

Le contenant est composé de 2 prismes : 1 prisme droit à base carrée et 1 prisme droit à base triangulaire. Je reconnais le prisme à base carrée, car j’imagine le prisme coupé en tranches égales de forme carrée. Je reconnais le prisme à base triangulaire, car j’imagine le prisme coupé en tranches égales de forme triangulaire.



Pour déterminer le volume total du carton de jus, je dois déterminer le volume de chacun des 2 prismes droits et additionner les volumes obtenus.

Je sais que le volume d'un prisme droit se calcule en multipliant l'aire de la base par la hauteur du prisme.

		
Base (b) : 9,7 cm Hauteur (h) : 9,7 cm Hauteur du prisme (H) : 19,7 cm	Base (b) : 9,7 cm Hauteur (h) : 2,5 cm Hauteur du prisme (H) : 9,7 cm	
Volume du prisme à base carrée $V = A_{\text{base}} \times H$ $= A_{\text{carré}} \times H$ $= b \times h \times H$ $= 9{,}7 \times 9{,}7 \times 19{,}7$ $\approx 1\,853{,}6 \text{ cm}^3$	Volume du prisme à base triangulaire $V = A_{\text{base}} \times H$ $= A_{\text{triangle}} \times H$ $= \frac{b \times h}{2} \times H$ $= \frac{9{,}7 \times 2{,}5}{2} \times 9{,}7$ $= 12{,}125 \times 9{,}7$ $\approx 117{,}6 \text{ cm}^3$	Volume total du carton de jus $V = 1\,853{,}6 \text{ cm}^3 + 117{,}6 \text{ cm}^3$ $= 1\,971{,}2 \text{ cm}^3$ $\approx 1\,971 \text{ cm}^3$

Le volume du carton de jus est d'environ $1\,971 \text{ cm}^3$.

EXEMPLE 2

Détermine, à l'unité près, la capacité de la boîte de conserve.

Pour déterminer la capacité de la boîte de conserve, c'est-à-dire le volume de liquide qu'elle peut contenir, je trouve le volume du cylindre. Pour ce faire, je multiplie l'aire de la base par la hauteur du cylindre.

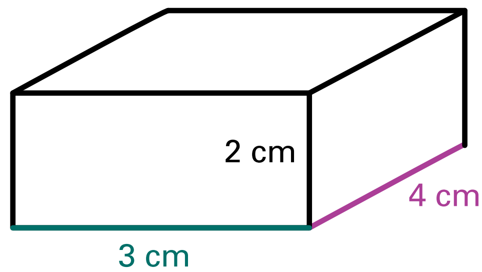
Le diamètre de la boîte de conserve est de 5 cm, alors son rayon (r) est de 2,5 cm, car le rayon est la moitié du diamètre, $5 \text{ cm} \div 2 = 2{,}5 \text{ cm}$. La hauteur (H) du cylindre est de 9 cm.

$$
\begin{aligned}
V_{\text{cylindre}} &= A_{\text{base}} \times H \\
&= \pi \times r^2 \times H \\
&= \pi \times 2{,}5^2 \times 9 \\
&= \pi \times 2{,}5 \times 2{,}5 \times 9 \\
&= 3{,}1416 \times 6{,}25 \times 9 \\
&= 176{,}715 \\
&\approx 177 \text{ cm}^3
\end{aligned}
$$

Le volume de la boîte de conserve est d'environ 177 cm^3. Puisque $1 \text{ cm}^3 = 1 \text{ ml}$, la capacité de la boîte de conserve est d'environ 177 ml.

EXEMPLE 3

Détermine la capacité de la boîte, en litres.



La boîte est un prisme droit à base rectangulaire. Je calcule le volume du prisme.

$$
\begin{aligned}
V &= A_{base} \times H \\
&= A_{rectangle} \times H \\
&= b \times h \times H \\
&= 3 \times 4 \times 2 \\
&= 12 \times 2 \\
&= 24 \text{ cm}^3
\end{aligned}
$$

Le volume du prisme droit à base rectangulaire est de 24 cm^3.

Puisque $1 \text{ cm}^3 = 1 \text{ ml}$, alors $24 \text{ cm}^3 = 24 \text{ ml}$.

Puisque $1 \text{ ml} = 0{,}001 \text{ l}$, alors $24 \times 0{,}001 = 0{,}024$.

$24 \text{ ml} = 0{,}024 \text{ l}$

La capacité de la boîte est de 0,024 l.