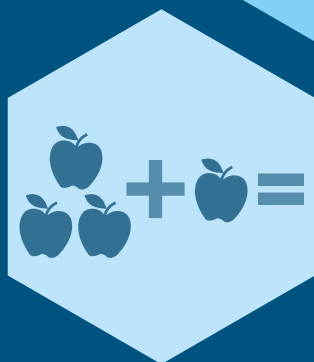
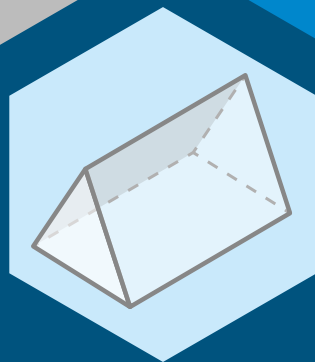


7^e
année

En avant, les maths!

Une approche renouvelée pour l'enseignement
et l'apprentissage des mathématiques

MINILEÇON



SENS DE L'ESPACE

Effectuer et prédire les résultats
de translations, de réflexions et de
rotations dans un plan cartésien

RÉSUMÉ

Dans cette minileçon, l'élève décrit et effectue des translations, des réflexions et des rotations dans un plan cartésien et prédit les résultats de ces transformations.

PISTES D'OBSERVATION

L'élève :

- décrit et effectue des translations, des réflexions et des rotations;
- prédit les résultats de ces transformations sur les coordonnées d'un plan cartésien.

MATÉRIEL

- calculatrices;
- logiciel de géométrie (facultatif);
- règles;
- papier quadrillé.

CONCEPTS MATHÉMATIQUES

Le concept mathématique nommé ci-dessous sera abordé dans cette minileçon. Une explication de celui-ci se trouve dans la section **Concepts mathématiques**.

Domaine d'étude	Concept mathématique
Sens de l'espace	Transformations d'une figure plane

PARTIE 1 – EXPLORATION GUIDÉE

Déroulement

- Consulter, au besoin, la fiche **Transformations d'une figure plane** de la section **Concepts mathématiques** afin de revoir avec les élèves les calculs relatifs à l'aire du rectangle, du parallélogramme et du triangle, ainsi que la terminologie liée à ces concepts en vue de les aider à réaliser l'activité.
- Présenter aux élèves l'**Exemple 1**, soit effectuer une translation, une réflexion et une rotation d'une figure dans un plan cartésien et décrire les effets de ces transformations sur les coordonnées des images.
- Allouer aux élèves le temps requis pour effectuer le travail. À cette étape-ci, l'élève découvre diverses stratégies pour effectuer une translation, une réflexion et une rotation d'une figure dans un plan cartésien et décrire les effets de ces transformations sur les coordonnées des images.
- Demander à quelques élèves de faire part au groupe-classe de leur solution et d'expliquer les stratégies utilisées afin d'effectuer une translation, une réflexion et une rotation d'une figure dans un plan cartésien.
- Inviter les autres élèves à poser des questions afin de vérifier leur compréhension.
- À la suite des discussions, s'assurer que les élèves établissent des liens entre la translation, la réflexion et la rotation et l'effet de ces transformations sur les coordonnées des images.

Note : Au besoin, consulter le corrigé de la partie 1 pour obtenir des exemples de stratégies.

- Encourager les élèves à améliorer leur travail en y ajoutant les éléments manquants.
- Au besoin, présenter aux élèves l'**Exemple 2**, soit identifier les transformations effectuées à partir de figures dans un plan cartésien.

EXEMPLE 1

- a) Dans un plan cartésien, trace la figure qui possède les coordonnées suivantes : A (-5, 5), B (-5, 9) et C (-8, 5). Avant de lui faire faire une translation de $(x+3, y-4)$, fais des prédictions sur le résultat de cette transformation. Consigne tes données dans le tableau suivant :

Figure initiale	Image
A (-5, 5)	
B (-5, 9)	
C (-8, 5)	

Décris l'effet de cette translation sur les coordonnées de l'image.



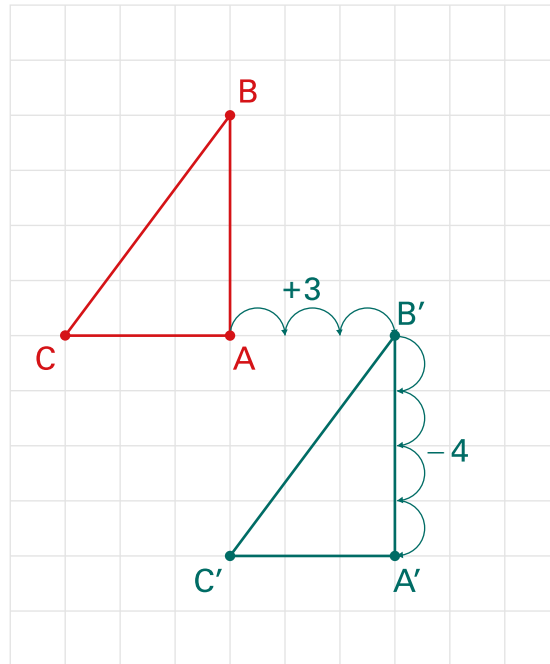
STRATÉGIE

Effectuer une translation dans un plan cartésien

Dans un plan cartésien, je trace la figure initiale A (-5, 5), B (-5, 9) et C (-8, 5). Je sais que si je lui fais subir une translation, ma figure glissera de trois cases vers la droite et de quatre cases vers le bas dans le deuxième quadrant. Je produirai alors une figure congruente à la figure initiale.

À partir de la figure initiale, j'effectue une translation de trois vers la droite et de quatre vers le bas.

Je trace l'image A'B'C'.



Je trouve les coordonnées de l'image obtenue à la suite des transformations subies et je les insère dans le tableau.

$$(x, y) \rightarrow (x + 3, y - 4)$$

Figure initiale	Image 1
A (-5, 5)	A' (-2, 1)
B (-5, 9)	B' (-2, 5)
C (-8, 5)	C' (-5, 1)

Je remarque que la translation « fait glisser » la figure initiale sur une distance donnée, soit de trois unités vers la droite et de quatre unités vers le bas. J'observe aussi que l'image produite est congruente à la figure initiale. Je remarque également que lorsqu'il y a une translation vers la droite, la valeur de l'abscisse augmente et lorsqu'il y a une translation vers le bas, la valeur de l'ordonnée diminue.

- b) Avant de faire faire une réflexion au triangle $A'B'C'$ par rapport à l'axe des y , fais des prédictions sur le résultat de cette transformation. Décris l'effet de cette réflexion sur les coordonnées de l'image.

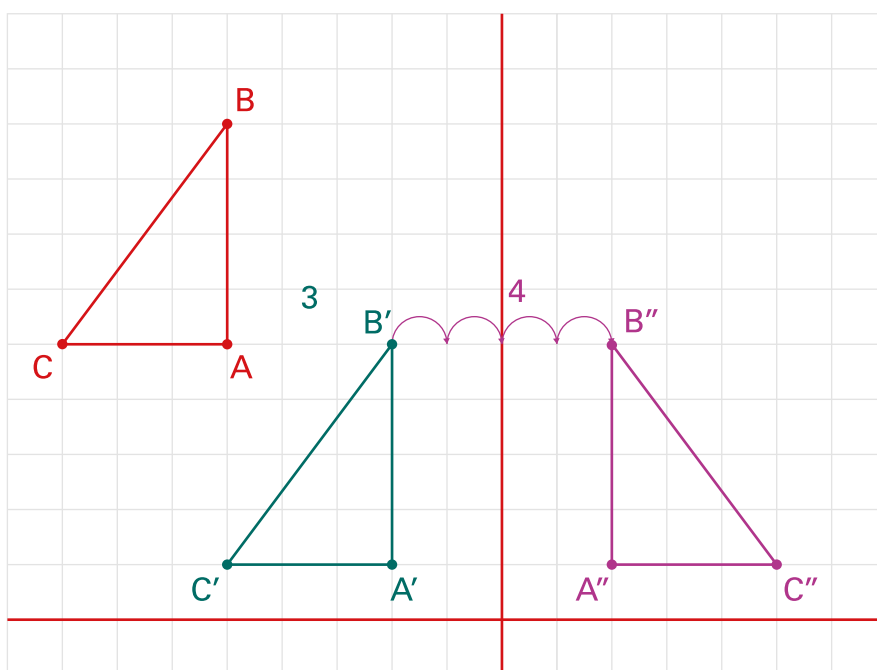
STRATÉGIE

Effectuer une réflexion par rapport à l'axe des y dans un plan cartésien

Je sais que si je fais subir une réflexion à la figure $A'B'C'$, je trace une figure congruente inverse à la figure initiale par rapport à l'axe des y . Je trace donc une figure inversée dans le quadrant 1 du plan cartésien.

À partir de l'image $A'B'C'$, j'effectue une réflexion par rapport à l'axe des y .

Je trace l'image $A''B''C''$ obtenue.



Je trouve les coordonnées de l'image obtenue à la suite des transformations subies et je les insère dans le tableau.

$$(x, y) \rightarrow (-x, y)$$

Image 1	Image 2
A' (-2, 1)	A' (2, 1)
B' (-2, 5)	B' (2, 5)
C' (-5, 1)	C' (5, 1)

Je remarque que la réflexion « inverse » la figure initiale par rapport à l'axe des y et que la réflexion a reproduit une figure congruente à la figure initiale. Dans les coordonnées des points, la valeur de x est à l'opposé, alors que la valeur de y reste la même.

- c) Dans un nouveau plan cartésien, trace la même figure initiale qu'à l'exercice a). Avant de lui faire faire une rotation centrée à l'origine de 90° dans le sens des aiguilles d'une montre, fais des prédictions sur le résultat de cette transformation. Décris l'effet de cette rotation sur les coordonnées de l'image.

STRATÉGIE

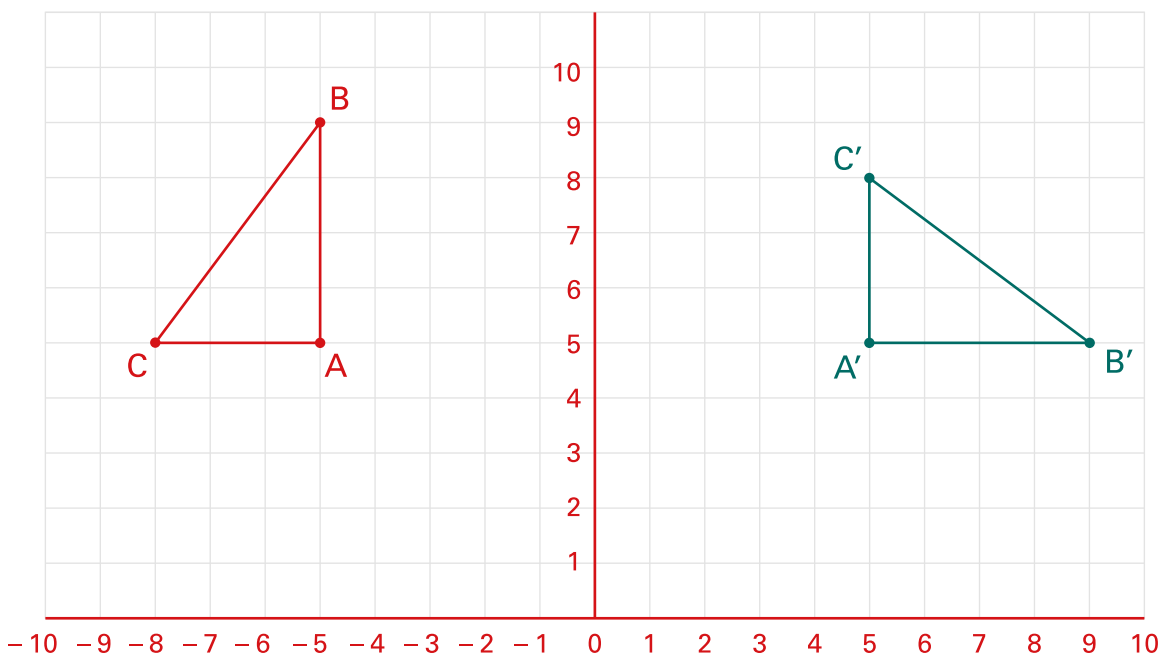
Effectuer une rotation dans un plan cartésien selon un angle donné

Je sais que si je fais subir une rotation à la figure initiale, soit un quart de tour, je tracerai une nouvelle figure dans le quadrant 1 et que cette figure aura changé de position. Elle conservera les mêmes mesures et les mêmes angles, mais elle sera positionnée à 90° .

Je fais subir au triangle ABC une rotation de 90° (d'un quart de tour). Dans les coordonnées des points, la valeur de l'ordonnée (y) et la valeur de l'abscisse (x) sont inversées et la valeur de l'ordonnée (y) devient l'opposé (change de signe).

$$(x, y) \rightarrow (y, -x)$$

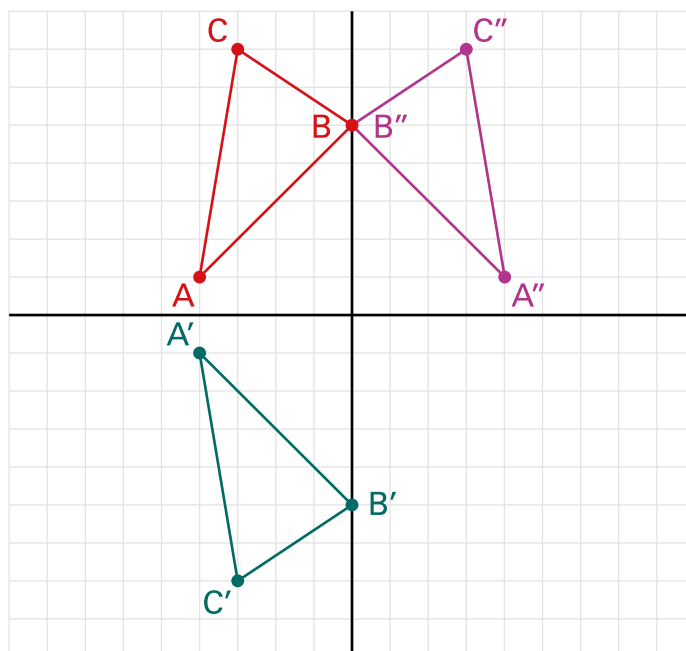
Figure initiale	Image
A (-5, 5)	A' (5, 5)
B (-5, 9)	B' (9, 5)
C (-8, 5)	C' (5, 8)



Je remarque que la rotation « fait tourner » la figure initiale autour d'un centre de rotation selon un angle donné. J'observe aussi que même si la figure $A'B'C'$ n'a plus les mêmes coordonnées, la réflexion a reproduit une figure congruente à la figure initiale.

EXEMPLE 2

Observe le plan cartésien ci-dessous et réponds aux questions.



- a) Dans le plan cartésien, une image initiale, soit ABC, a subi une transformation. Identifie cette transformation pour devenir l'image A'B'C' et décris l'effet de cette transformation sur les coordonnées de l'image.

STRATÉGIE

La première transformation est une réflexion par rapport à l'axe des x parce que la valeur de l'ordonnée (y) devient l'opposé alors que la valeur de l'abscisse (x) reste la même.

$$(x, y) \rightarrow (x, -y)$$

$$A (-4, 1) \rightarrow A' (-4, -1)$$

$$B (0, 5) \rightarrow B' (0, -5)$$

$$C (-3, 7) \rightarrow C' (-3, -7)$$

- b) Dans le plan cartésien, l'image $A'B'C'$ a subi une transformation pour devenir l'image $A''B''C''$. Identifie cette transformation et décris l'effet de cette transformation sur les coordonnées de l'image.

STRATÉGIE

L'image $A'B'C'$ a subi une rotation de 180° à partir de l'origine. Dans les coordonnées des points, la valeur de l'abscisse (x) et la valeur de l'ordonnée (y) sont l'opposé.

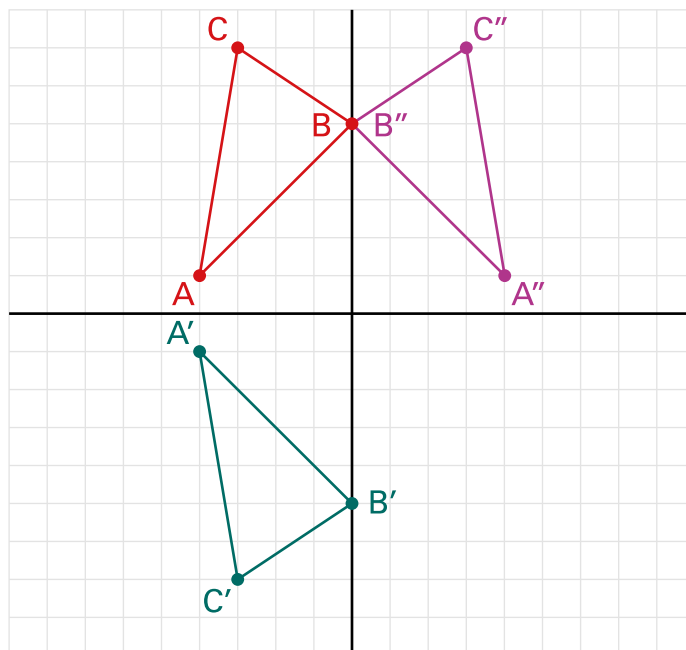
$$(x, y) \rightarrow (-x, -y)$$

$$A' (-4, -1) \rightarrow A'' (4, 1)$$

$$B' (0, -5) \rightarrow B'' (0, 5)$$

$$C' (-3, -7) \rightarrow C'' (3, 7)$$

- c) Si tu effectuais une translation de $(x+6, y-1)$ à la figure $A'B'C'$, peux-tu décrire l'effet de cette translation sur les coordonnées de l'image?



STRATÉGIE

Dans les coordonnées des points, la valeur de x augmente de six et la valeur de y diminue de un. La translation « fait glisser » la figure $A'B'C'$ sur une distance de six vers la droite et de un vers le bas. L'image produite serait alors congruente à la figure $A'B'C'$.

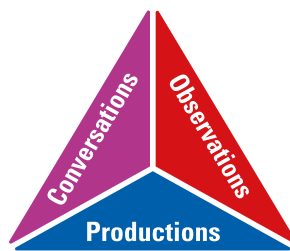
.....

PARTIE 2 – PRATIQUE AUTONOME

Déroulement

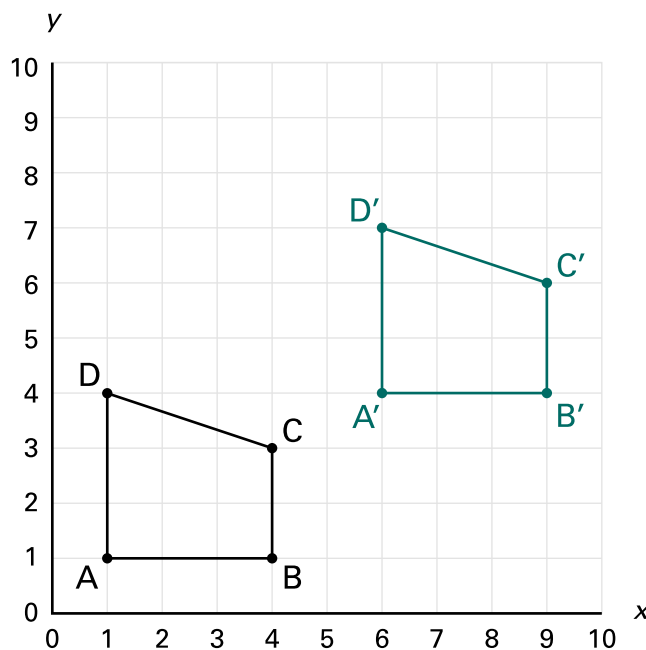
- Au besoin, demander aux élèves de faire quelques exercices de la section **À ton tour!**. Ces exercices peuvent servir de billet de sortie ou autre.
- Recueillir les preuves d'apprentissage des élèves et les interpréter pour déterminer leurs points forts et cibler les prochaines étapes en vue de les aider à s'améliorer.

Note : Consulter le corrigé de la partie 2, s'il y a lieu.



CORRIGÉ

1. Inscris les coordonnées des images dans le tableau ci-dessous.
Quelle transformation la figure initiale a-t-elle subie?



Coordonnées des sommets

Figure initiale	Image
A (1, 1)	A' (6, 4)
B (4, 1)	B' (9, 4)
C (4, 3)	C' (9, 6)
D (1, 4)	D' (6, 7)

En observant les coordonnées des sommets de la figure initiale et celles des sommets de l'image, je remarque que la valeur de x augmente de cinq et que la valeur de y augmente de trois. La figure initiale a donc subi une translation de cinq unités vers la droite et de trois unités vers le haut, soit $(x+5, y+3)$ ou $(5D, 3H)$

2. Un quadrilatère a comme coordonnées A (-5, 3), B (-3, 4), C (2, 5) et D (5, 2).
Trouve les coordonnées de l'image obtenue à la suite d'une réflexion par rapport à l'axe des x . Décris l'effet de cette réflexion sur les coordonnées de l'image.

Je trace d'abord la figure initiale en respectant les coordonnées. J'effectue ensuite une réflexion par rapport à l'axe des x . Je remarque que dans les coordonnées des points, la valeur de l'ordonnée (y) devient l'opposé (change de signe), alors que la valeur de l'abscisse (x) reste la même.

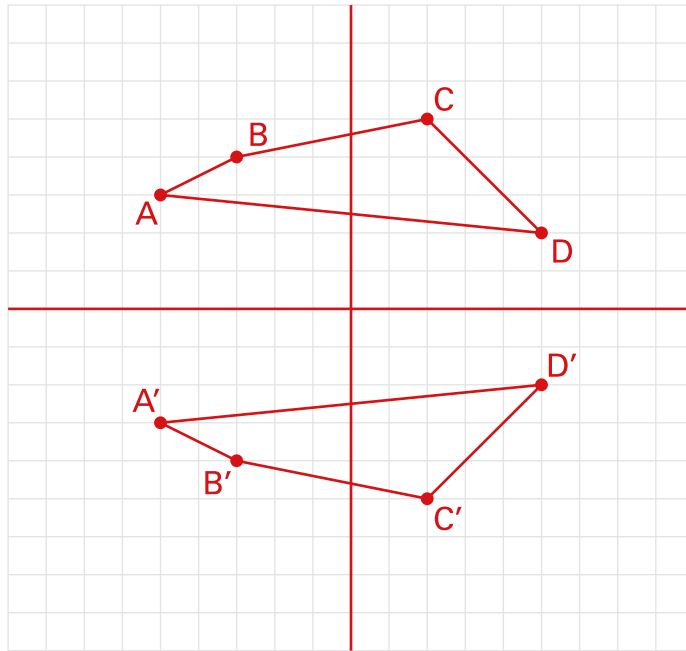
$$(x, y) \rightarrow (x, -y)$$

$$A (-5, 3) \rightarrow A' (-5, -3)$$

$$B (-3, 4) \rightarrow B' (-3, -4)$$

$$C (2, 5) \rightarrow C' (2, -5)$$

$$D (5, 2) \rightarrow D' (5, -2)$$



3. Dans un plan cartésien, trace l'image du parallélogramme ABCD à l'aide de ces coordonnées : A (-5, 2), B (-2, 2), C (-1, 4), D (-4, 4). Avant de faire subir une rotation de 180° ($\frac{1}{2}$ tour) dans le sens des aiguilles d'une montre à ta figure, prédis les résultats de cette transformation. Décris l'effet de ces rotations sur les coordonnées de l'image.

Je sais que si je fais subir une rotation de 180° à ma figure initiale, celle-ci tournera d'un demi-tour. Je devrai donc tracer ma nouvelle image dans le quatrième quadrant du plan cartésien. Mon image sera congruente à la figure initiale, mais son orientation dans l'espace sera différente. Pour vérifier ma prédiction, je trace d'abord la figure initiale en respectant les coordonnées données. Je fais maintenant subir à ma figure ABCD une rotation de 180° (d'un demi-tour). Dans les coordonnées des points, la valeur de l'abscisse (x) et la valeur de l'ordonnée sont l'opposé (changent de signe).

Figure initiale \rightarrow image

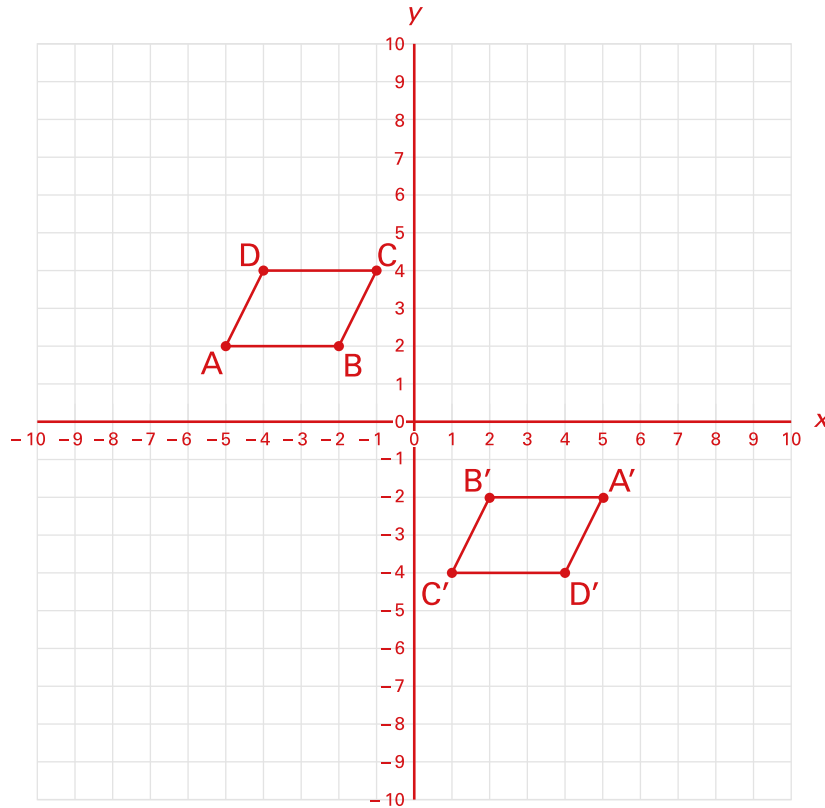
$$(x, y) \rightarrow (-x, -y)$$

$$A (-5, 2) \rightarrow A' (5, -2)$$

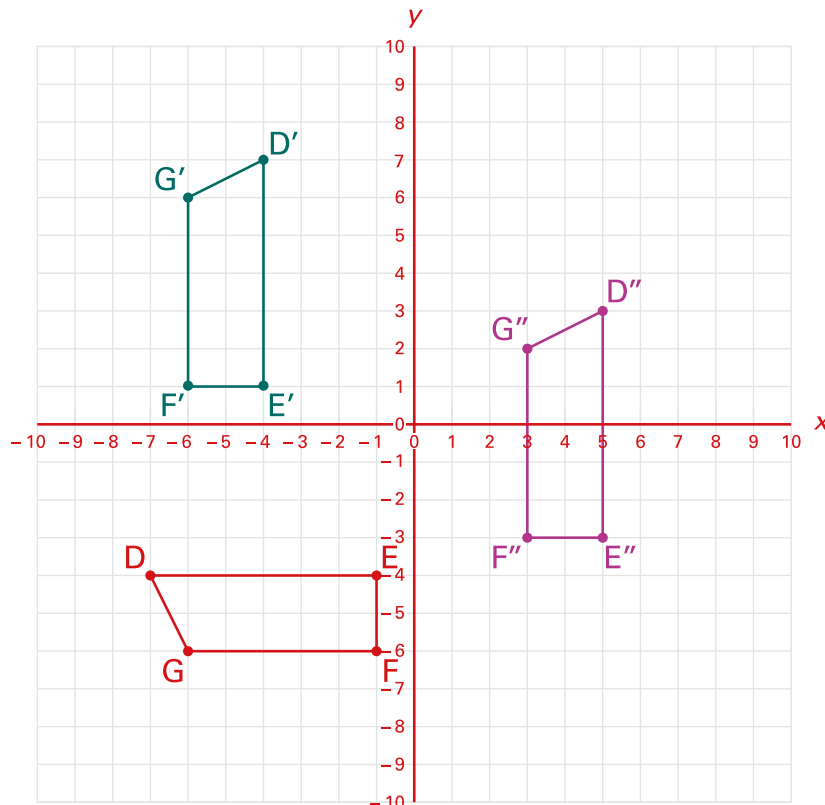
$$B (-2, 2) \rightarrow B' (2, -2)$$

$$C (-1, 4) \rightarrow C' (1, -4)$$

$$D (-4, 4) \rightarrow D' (4, -4)$$



4. Fais subir au trapèze DEFG une rotation de 90° ($\frac{1}{4}$ tour) dans le sens des aiguilles d'une montre suivie d'une translation de $(+9, -4)$.



Je fais subir au trapèze DEFG une rotation de 90° ($\frac{1}{4}$ tour) dans le sens des aiguilles d'une montre. Dans les coordonnées des points, la valeur de l'ordonnée (y) et la valeur de l'abscisse (x) sont inversées et la valeur de l'ordonnée (y) devient l'opposé (change de signe).

$$(x, y) \rightarrow (y, -x)$$

$$D (-7, -4) \rightarrow D' (-4, 7)$$

$$E (-1, -4) \rightarrow E' (-4, 1)$$

$$F (-1, -6) \rightarrow F' (-6, 1)$$

$$G (-6, -6) \rightarrow G' (-6, 6)$$

Je remarque que la rotation « fait tourner » la figure initiale autour d'un centre de rotation selon un angle donné. J'observe aussi que même si la figure DEFG n'a plus les mêmes coordonnées, la réflexion a reproduit une figure congruente à la figure initiale.

Dans les coordonnées des points, la valeur de x augmente de 9 et la valeur de y diminue de quatre.

$$D' (-4, 7) \rightarrow D'' (5, 3)$$

$$E' (-4, 1) \rightarrow E'' (5, -3)$$

$$F' (-6, 1) \rightarrow F'' (3, -3)$$

$$G' (-6, 6) \rightarrow G'' (3, 2)$$

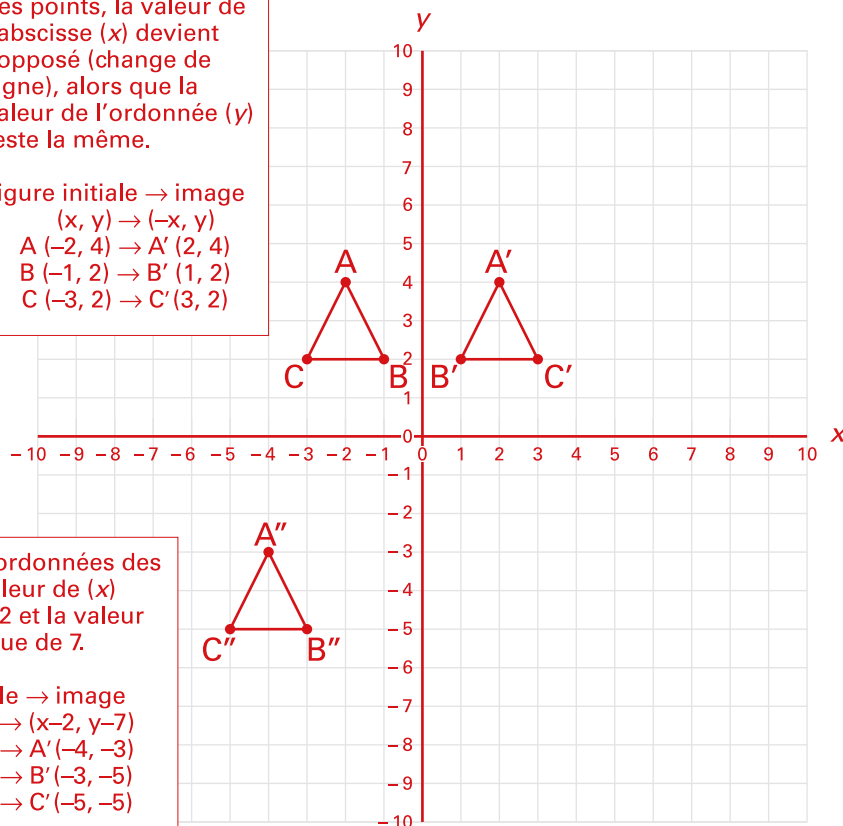
Je remarque que la translation « fait glisser » la figure initiale sur une distance donnée et que l'image produite est congruente à la figure initiale.

5. a) Dans un plan cartésien, trace une figure de ton choix. Fais-lui subir une réflexion par rapport à l'axe des y . Décris l'effet de cette réflexion sur les coordonnées de l'image.
- b) Fais maintenant subir une translation à ta figure initiale. Détermine le nombre de déplacements souhaité. Décris l'effet de cette translation sur les coordonnées de l'image.

Plusieurs réponses sont possibles.

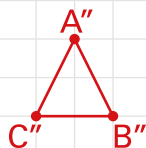
Dans les coordonnées des points, la valeur de l'abscisse (x) devient l'opposé (change de signe), alors que la valeur de l'ordonnée (y) reste la même.

Figure initiale \rightarrow image
 $(x, y) \rightarrow (-x, y)$
 $A(-2, 4) \rightarrow A'(2, 4)$
 $B(-1, 2) \rightarrow B'(1, 2)$
 $C(-3, 2) \rightarrow C'(3, 2)$



Dans les coordonnées des points, la valeur de (x) diminue de 2 et la valeur de (y) diminue de 7.

Figure initiale \rightarrow image
 $(x, y) \rightarrow (x-2, y-7)$
 $A(-2, 4) \rightarrow A''(-4, -3)$
 $B(-1, 2) \rightarrow B''(-3, -5)$
 $C(-3, 2) \rightarrow C''(-5, -5)$



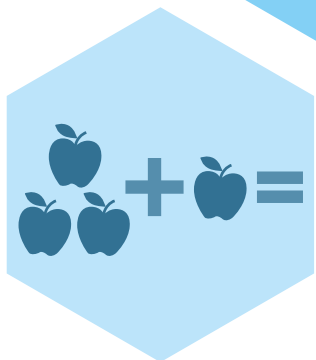
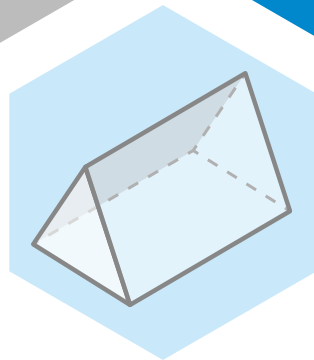
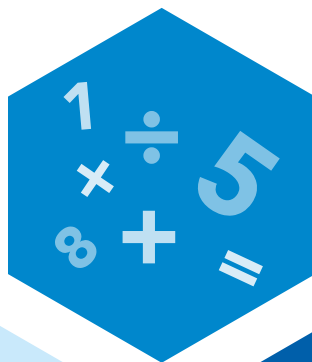
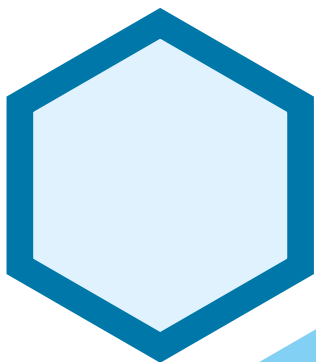
Version de l'élève

7^e
année

En avant, les maths!

Une approche renouvelée pour l'enseignement
et l'apprentissage des mathématiques

MINILEÇON



SENS DE L'ESPACE

Effectuer et prédire les résultats
de translations, de réflexions et de
rotations dans un plan cartésien

PARTIE 1 – EXPLORATION GUIDÉE

EXEMPLE 1

- a) Dans un plan cartésien, trace la figure qui possède les coordonnées suivantes : A (-5, 5), B (-5, 9) et C (-8, 5). Avant de lui faire faire une translation de $(x+3, y-4)$, fais des prédictions sur le résultat de cette transformation. Consigne tes données dans le tableau suivant :

Figure initiale	Image
A (-5, 5)	
B (-5, 9)	
C (-8, 5)	

Décris l'effet de cette translation sur les coordonnées de l'image.

- b) Avant de faire faire une réflexion au triangle A'B'C' par rapport à l'axe des y , fais des prédictions sur le résultat de cette transformation. Décris l'effet de cette réflexion sur les coordonnées de l'image.
- c) Dans un nouveau plan cartésien, trace la même figure initiale qu'à l'exercice a). Avant de lui faire faire une rotation centrée à l'origine de 90° dans le sens des aiguilles d'une montre, fais des prédictions sur le résultat de cette transformation. Décris l'effet de cette rotation sur les coordonnées de l'image.



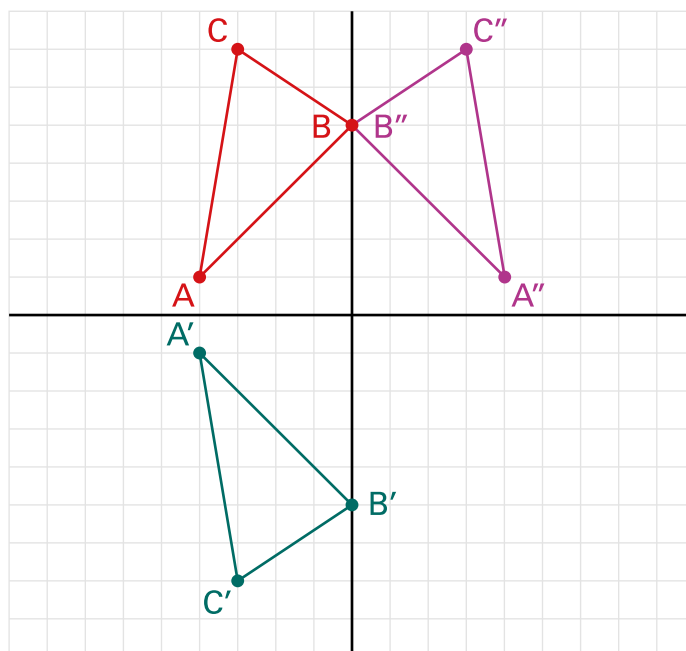


 **TA STRATÉGIE**

A large empty rectangular box with a blue border, intended for writing a strategy.

EXEMPLE 2

Observe le plan cartésien ci-dessous et réponds aux questions suivantes.



- Une image initiale, soit ABC , a subi une transformation pour devenir l'image $A'B'C'$. Identifie cette transformation et décris l'effet de cette transformation sur les coordonnées de l'image.
- Dans le plan cartésien, l'image $A'B'C'$ a subi une transformation. Identifie cette transformation et décris l'effet de cette transformation sur les coordonnées de l'image.
- Si tu effectuais une translation de $(x+6, y-1)$ à la figure $A'B'C'$, peux-tu décrire l'effet de cette translation sur les coordonnées de l'image?

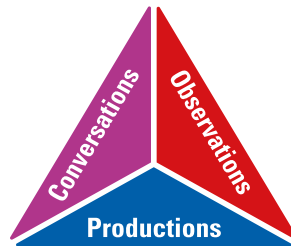


 **TA STRATÉGIE**

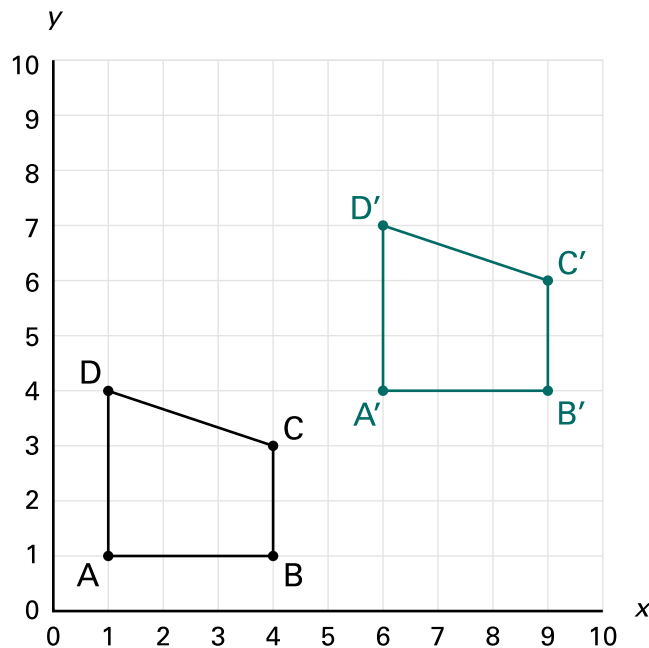
A large empty rectangular box with a blue border, intended for writing a strategy.

PARTIE 2 – PRATIQUE AUTONOME

À ton tour!



- Inscris les coordonnées des images dans le tableau ci-dessous. Quelle transformation la figure initiale a-t-elle subie?



Coordonnées des sommets

Figure initiale	Image



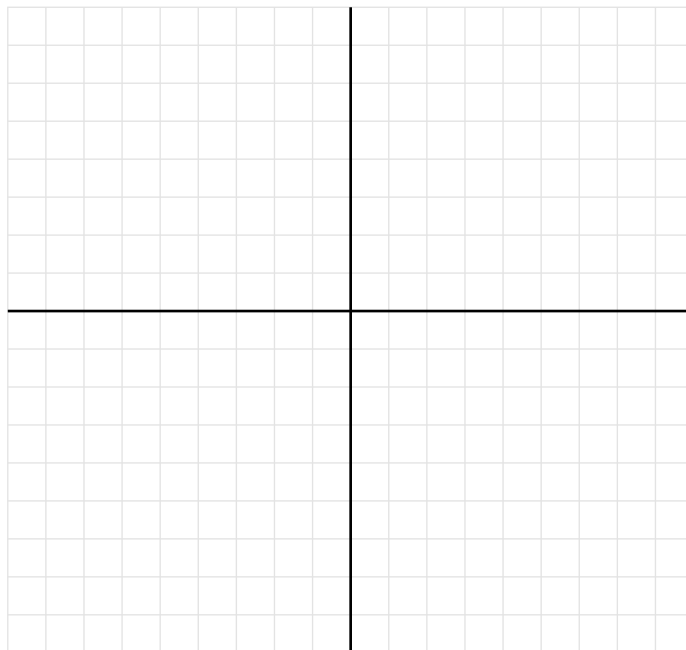
TA STRATÉGIE

Large empty rectangular area for writing the strategy.

2. Un quadrilatère a comme coordonnées $A (-5, 3)$, $B (-3, 4)$, $C (2, 5)$ et $D (5, 2)$.
Trouve les coordonnées de l'image obtenue à la suite d'une réflexion par rapport à l'axe des x . Décris l'effet de cette réflexion sur les coordonnées de l'image.

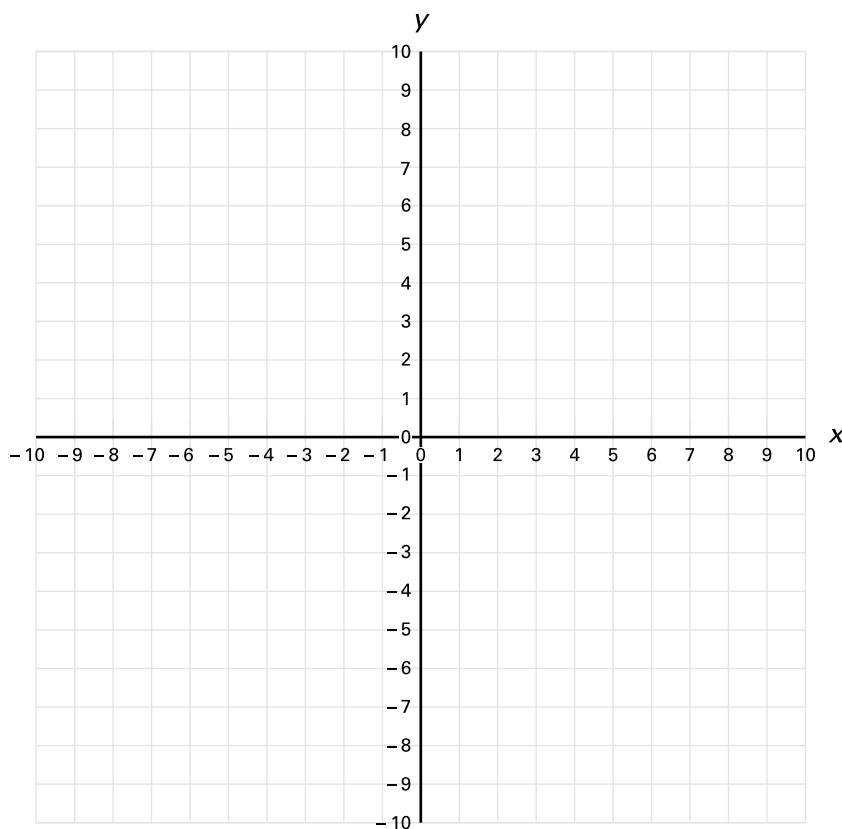


TA STRATÉGIE



3. Dans un plan cartésien, trace l'image du parallélogramme ABCD à l'aide de ces coordonnées : A (-5, 2), B (-2, 2), C (-1, 4), D (-4, 4). Avant de faire subir une rotation de 180° ($\frac{1}{2}$ tour) dans le sens des aiguilles d'une montre à ta figure, prédis les résultats de cette transformation. Décris l'effet de ces rotations sur les coordonnées de l'image.

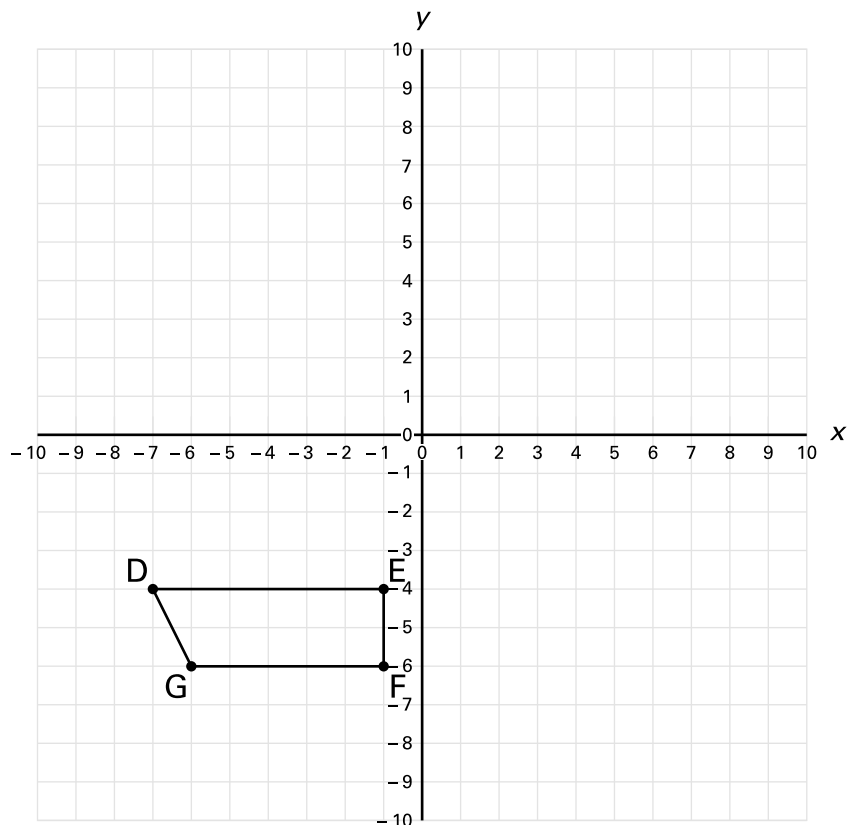
 TA STRATÉGIE



4. Fais subir au trapèze DEFG une rotation de 90° ($\frac{1}{4}$ tour) dans le sens des aiguilles d'une montre suivie d'une translation de $(+9, -4)$.



TA STRATÉGIE





 **TA STRATÉGIE**

Empty rectangular box for strategy notes.

5. a) Dans un plan cartésien, trace une figure de ton choix. Fais-lui subir une réflexion par rapport à l'axe des y . Décris l'effet de cette réflexion sur les coordonnées de l'image.
- b) Fais maintenant subir une translation à ta figure initiale. Détermine le nombre de déplacements souhaité. Décris l'effet de cette translation sur les coordonnées de l'image.

 TA STRATÉGIE

