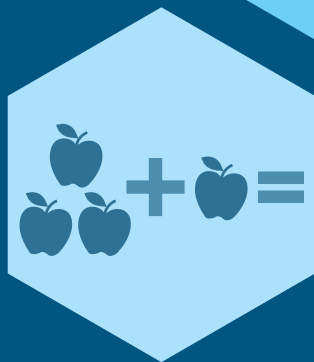
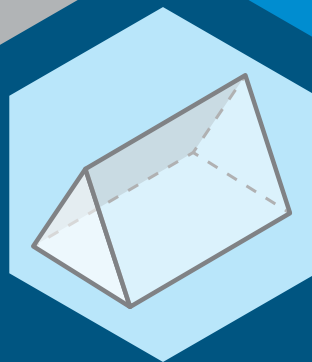


7^e
année

En avant, les maths!

Une approche renouvelée pour l'enseignement
et l'apprentissage des mathématiques

MINILEÇON



SENS DE L'ESPACE

Développer la formule du volume d'un
prisme ou d'un cylindre

RÉSUMÉ

Dans cette minileçon, l'élève développe la formule du volume d'un prisme ou d'un cylindre.

PISTES D'OBSERVATION

L'élève :

- montre sa compréhension du concept de volume;
- détermine l'aire de la base et la hauteur d'un prisme droit;
- détermine l'aire de la base et la hauteur d'un cylindre;
- établit un lien entre les éléments de la formule du volume et leur représentation concrète;
- reconnaît la relation entre l'aire de la base et le volume d'un prisme droit et d'un cylindre;
- calcule le volume d'un prisme droit et d'un cylindre.

MATÉRIEL

- calculatrices;
- cubes emboîtables.

CONCEPTS MATHÉMATIQUES

Le concept mathématique nommé ci-dessous sera abordé dans cette minileçon. Une explication de celui-ci se trouve dans la section **Concepts mathématiques**.

Domaine d'étude	Concept mathématique
Sens de l'espace	Mesure du volume

PARTIE 1 – EXPLORATION GUIDÉE

Déroulement

- Consulter, au besoin, la fiche **Mesure du volume** de la section **Concepts mathématiques** afin de revoir avec les élèves la terminologie liée à ce concept en vue de les aider à réaliser l'activité. Il importe de ne pas présenter la formule du calcul du volume d'un prisme droit et d'un cylindre. Les élèves doivent la découvrir dans cette minileçon.
- Présenter aux élèves l'**Exemple 1**, soit la construction d'un prisme à base rectangulaire et la découverte de la formule pour trouver son volume.
- Allouer aux élèves le temps requis pour effectuer le travail. À cette étape-ci, l'élève découvre diverses stratégies pour trouver le volume du prisme à base rectangulaire.
- Demander à quelques élèves de faire part au groupe-classe de leur solution et d'expliquer les stratégies utilisées pour déterminer le volume du prisme à base rectangulaire. Inviter les autres élèves à poser des questions afin de vérifier leur compréhension.
- À la suite des discussions, s'assurer que les élèves établissent des liens entre l'aire de la base et la hauteur d'un prisme à base rectangulaire et le volume de celui-ci.

Note : Au besoin, consulter le corrigé de la partie 1 pour obtenir des exemples de stratégies.

- Encourager les élèves à améliorer leur travail en y ajoutant les éléments manquants.
- Au besoin, présenter aux élèves l'**Exemple 2**, soit trouver le volume d'un cylindre avec la base donnée.
- Au besoin, présenter aux élèves l'**Exemple 3**, soit trouver la hauteur d'un prisme à base triangulaire ainsi que d'un cylindre lorsque le volume est donné.

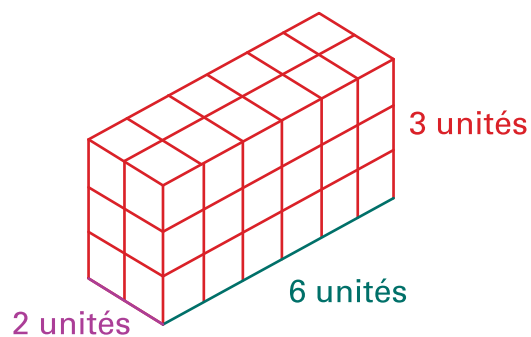
CORRIGÉ

EXEMPLE 1

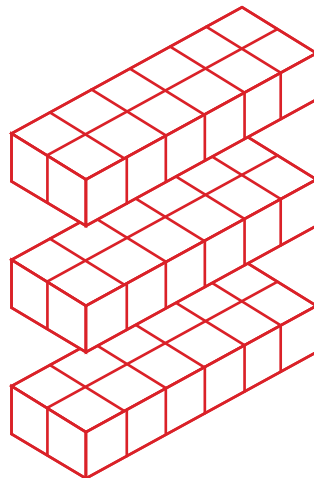
À l'aide de cubes emboîtables, construis un prisme droit à base rectangulaire dont la base a une longueur de 6 cubes et une largeur de 2 cubes. Le prisme a une hauteur de 3 cubes. Ensuite, trouve son volume.

STRATÉGIE

On construit un prisme qui a 2 rangées de 6 cubes. On fait 3 couches de la même taille.



On remarque qu'il y a 3 couches de 12 cubes.



On remarque que les couches de 12 unités (la base) se répètent 3 fois, donc on peut calculer $12 + 12 + 12$ ou 12×3 .

Pour trouver la formule du volume de ce prisme à base rectangulaire, on peut multiplier le nombre de cubes dans une couche par le nombre de couches.

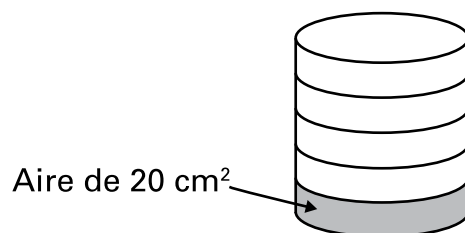
On obtient donc la formule suivante :

$$\begin{aligned} V &= A_{\text{base}} \times H \\ &= A_{\text{rectangle}} \times H \\ &= b \times h \times H \\ &= 2 \times 6 \times 3 \\ &= 12 \times 3 \\ &= 36 \text{ unités}^3 \end{aligned}$$

Le volume du prisme droit à base rectangulaire est de 36 unités^3 .

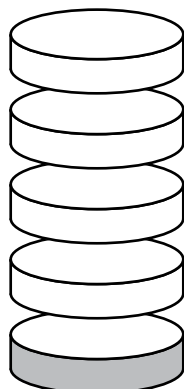
EXEMPLE 2

Trouve le volume de ce cylindre possédant une base de 20 cm^2 .



STRATÉGIE

On remarque qu'il y a 5 couches de 20 cm^2 .



Les couches de 20 cm^2 se répètent 5 fois, donc je peux calculer $20 + 20 + 20 + 20 + 20$ ou 20×5 .

La formule pour calculer le volume de ce cylindre est donc :

$$\begin{aligned} V &= A_{\text{base}} \times H \\ &= A_{\text{disque}} \times H \\ &= 20 \times 5 \\ &= 100 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

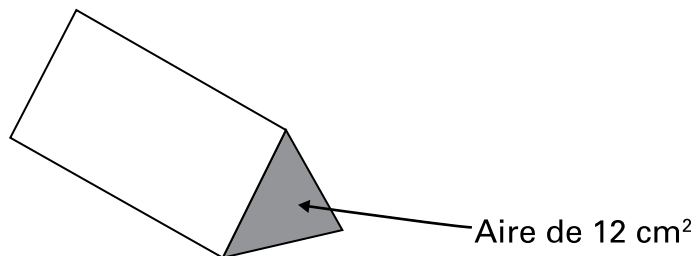
Le volume du prisme est de 100 cm^3 .

EXEMPLE 3

Un prisme à base triangulaire possède un volume de 48 cm^3 et une base de 12 cm^2 . Un cylindre possède un volume de 36 cm^3 et une base de 9 cm^2 . Trouve la hauteur de ces 2 solides.

STRATÉGIE

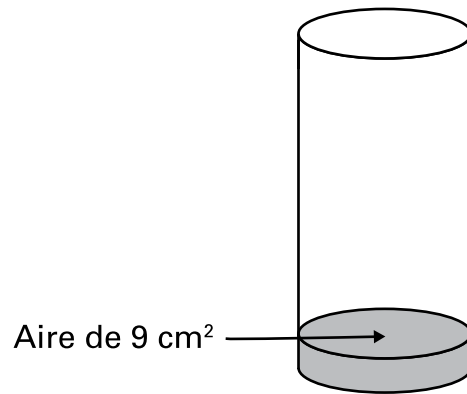
Il faut trouver la hauteur du prisme à base triangulaire.



$$\begin{aligned} H &= V \div A_{\text{triangle}} \\ &= 48 \div 12 \\ &= 4 \text{ cm} \end{aligned}$$

La hauteur du prisme à base triangulaire est de 4 cm .

Il faut ensuite trouver la hauteur du cylindre.



$$\begin{aligned} H &= V \div A_{\text{disque}} \\ &= 36 \div 9 \\ &= 4 \text{ cm} \end{aligned}$$

La hauteur du cylindre est également de 4 cm.

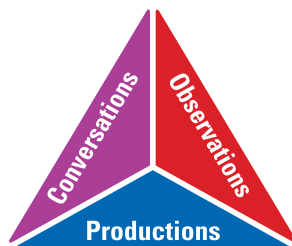


PARTIE 2 – PRATIQUE AUTONOME

Déroulement

- Au besoin, demander aux élèves de faire quelques exercices de la section **À ton tour!** Ces exercices peuvent servir de billet de sortie ou autre.
- Recueillir les preuves d'apprentissage des élèves et les interpréter pour déterminer leurs points forts et cibler les prochaines étapes en vue de les aider à s'améliorer.

Note : Consulter le corrigé de la partie 2, s'il y a lieu.



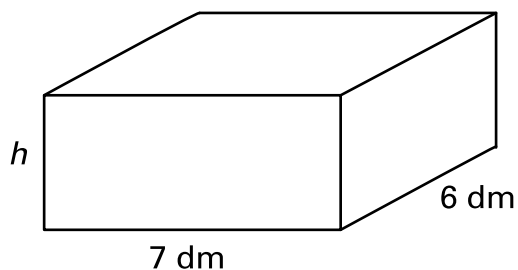
CORRIGÉ

1. Remplis le tableau suivant.

Prisme	Aire de la base du prisme droit ou du cylindre (cm ²)	Hauteur du prisme droit ou du cylindre (cm)	Volume du prisme droit ou du cylindre (cm ³)	Calculs
A	48	1	48	$V = A_{\text{base}} \times H$ $48 = 48 \times H$ $48 \div 48 = H$ $H = 1 \text{ cm}$
B	12	12	144	$V = A_{\text{base}} \times H$ $144 = A_{\text{base}} \times 12$ $144 \div 12 = A_{\text{base}}$ $A_{\text{base}} = 12 \text{ cm}^2$
C	6	12	72	$V = A_{\text{base}} \times H$ $72 = 6 \times H$ $72 \div 6 = H$ $H = 12 \text{ cm}$
D	4	9	36	$V = A_{\text{base}} \times H$ $V = 4 \times 9$ $V = 36 \text{ cm}^3$

2. Voici 2 solides ayant chacun un volume de 126 dm^3 . Détermine la hauteur de chaque prisme.

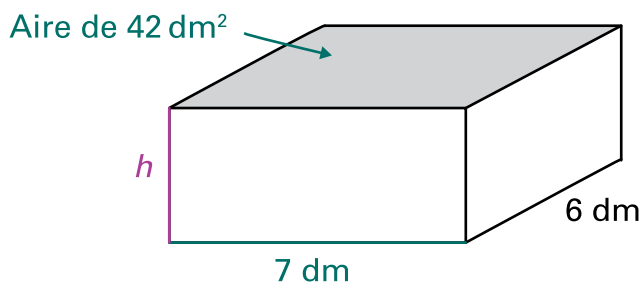
a)



Le prisme est un prisme droit à base rectangulaire.

On détermine l'aire de la base qui est un rectangle.

$$\begin{aligned} A_{\text{base}} &= b \times h \\ &= 7 \times 6 \\ &= 42 \text{ dm}^2 \end{aligned}$$



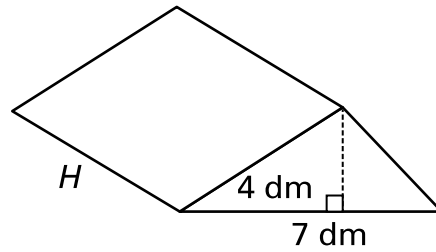
L'aire de la base est de 42 dm^2 .

On détermine la hauteur du prisme à base rectangulaire. Afin d'isoler la variable, j'utilise la stratégie de la balance. En divisant les deux côtés par 42, j'isole la variable représentant la hauteur.

$$\begin{aligned} V &= A_{\text{base}} \times H \\ 126 &= 42 \times H \\ 126 \div 42 &= 42 \div 42 \times H \\ 3 \text{ dm} &= H \end{aligned}$$

La hauteur du prisme droit à base rectangulaire est de 3 dm.

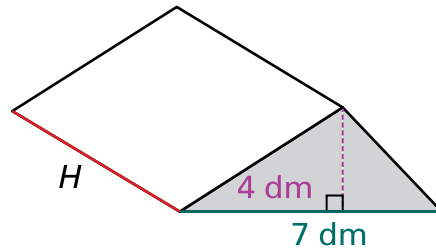
b)



Le prisme est un prisme droit à base triangulaire.

On détermine l'aire de la base qui est un triangle.

$$\begin{aligned} A_{\text{base}} &= b \times h \div 2 \\ &= 7 \times 4 \div 2 \\ &= 28 \div 2 \\ &= 14 \text{ dm}^2 \end{aligned}$$



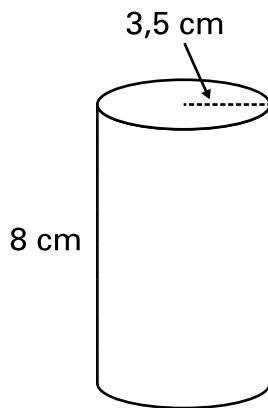
L'aire de la base est de 14 dm².

Je dois isoler la variable H afin de trouver la hauteur. Afin d'isoler la variable, j'utilise la stratégie de la balance. En divisant les deux côtés par 14, j'isole la variable représentant la hauteur.

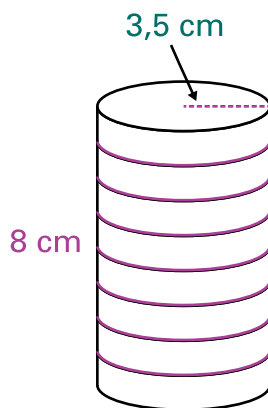
$$\begin{aligned} V &= A_{\text{base}} \times H \\ 126 &= 14 \times H \\ 126 \div 14 &= 14 \div 14 \times H \\ 9 \text{ dm} &= H \end{aligned}$$

La hauteur du prisme à base triangulaire est de 9 dm.

3. Trouve le volume de ce cylindre.

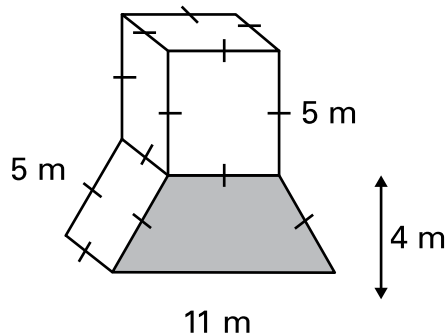


On détermine l'aire de la base qui est un disque.

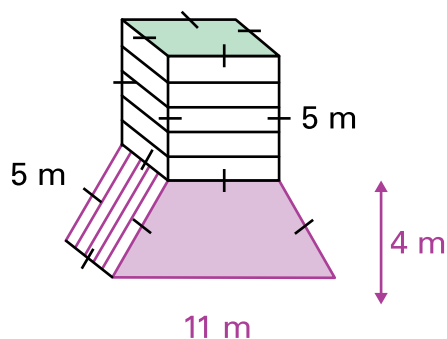


$$\begin{aligned} V_{\text{cylindre}} &= A_{\text{base}} \times H \\ &= A_{\text{disque}} \times H \\ &= \pi \times r^2 \times H \\ &= 3,14 \times 3,5 \times 3,5 \times 8 \\ &= 307,72 \\ &= 307,72 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

4. Une structure est formée d'un prisme droit à base trapézoïdale surmonté d'un cube. Détermine le volume de la structure.



Le cube a 2 bases parallèles et congruentes qui sont des carrés. Le prisme droit à base trapézoïdale a également 2 bases parallèles et congruentes qui sont des trapèzes. L'aire de la base de chaque solide est répétée un certain nombre de fois, selon la hauteur du solide. Chaque étage de chacun des prismes est donc identique.



On trouve le volume du cube.

$$\begin{aligned} V_{\text{cube}} &= A_{\text{base}} \times H \\ &= A_{\text{carré}} \times H \\ &= b \times h \times H \\ &= 5 \times 5 \times 5 \\ &= 125 \text{ m}^3 \end{aligned}$$

Le volume du cube est de 125 m^3 .

Je trouve le volume du prisme droit à base trapézoïdale.

$$\begin{aligned}V_{\text{prisme \# base trapézoïdale}} &= A_{\text{base}} \times H \\ &= A_{\text{trapèze}} \times H \\ &= \frac{(b+B) \times h}{2} \times H \\ &= \frac{(5+11) \times 4}{2} \times 5 \\ &= 32 \times 5 \\ &= 160 \text{ m}^3\end{aligned}$$

Le volume du prisme droit à base trapézoïdale est de 160 m^3 .

J'additionne le volume du cube et le volume du prisme droit à base trapézoïdale pour déterminer le volume total de la structure, soit $125 + 160 = 285$. Le volume total de la structure est de 285 m^3 .

.....

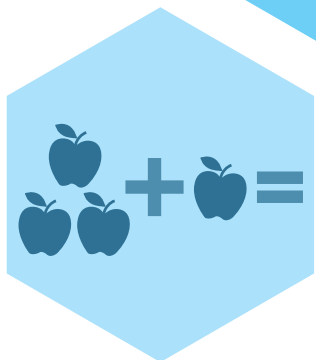
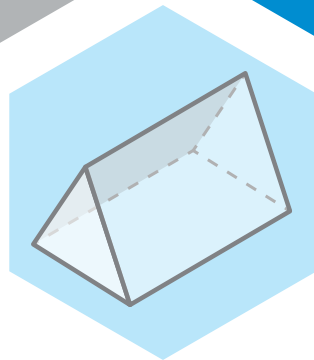
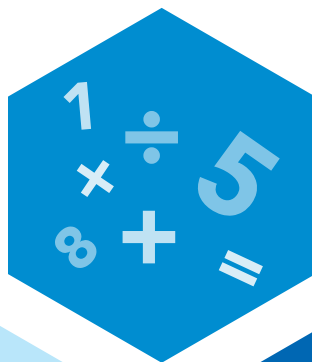
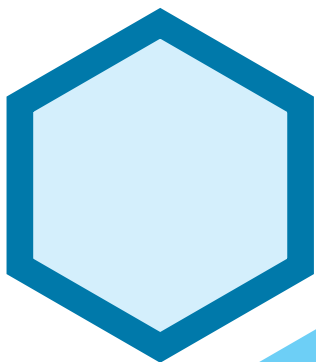
Version de l'élève

7^e
année

En avant, les maths!

Une approche renouvelée pour l'enseignement
et l'apprentissage des mathématiques

MINILEÇON



NOMBRES

Développer la formule du volume d'un
prisme ou d'un cylindre

PARTIE 1 – EXPLORATION GUIDÉE

EXEMPLE 1

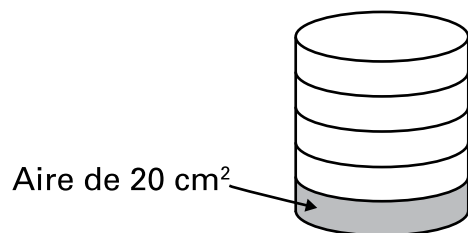
À l'aide de cubes emboîtables, construis un prisme droit à base rectangulaire dont la base a une longueur de 6 cubes et une largeur de 2 cubes. Le prisme a une hauteur de 3 cubes. Ensuite, trouve son volume.



TA STRATÉGIE

EXEMPLE 2

Trouve le volume de ce cylindre possédant une base de 20 cm^2 .



 TA STRATÉGIE

EXEMPLE 3

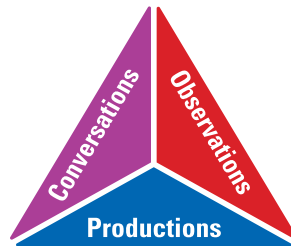
Un prisme à base triangulaire possède un volume de 48 cm^3 et une base de 12 cm^2 .
Un cylindre possède un volume de 36 cm^3 et une base de 9 cm^2 . Trouve la hauteur de ces 2 solides.



TA STRATÉGIE

PARTIE 2 – PRATIQUE AUTONOME

À ton tour!



1. Remplis le tableau suivant.

Prisme	Aire de la base du prisme droit ou du cylindre (cm^2)	Hauteur du prisme droit ou du cylindre (cm)	Volume du prisme droit ou du cylindre (cm^3)	Calculs
A	48		48	
B		12	144	
C	6		72	
D	4	9		

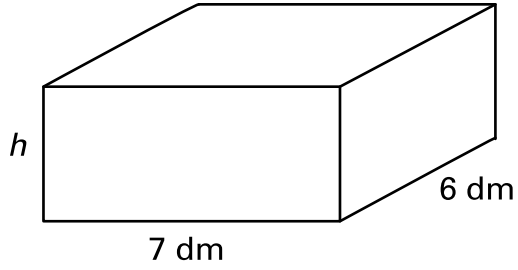


 **TA STRATÉGIE**

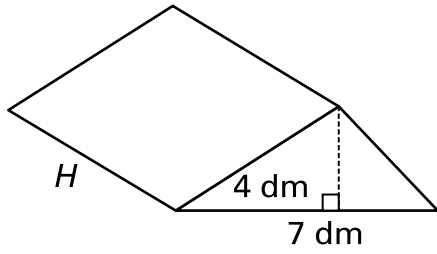
Large empty rectangular box for writing a strategy.

2. Voici 2 solides ayant chacun un volume de 126 dm^3 . Détermine la hauteur de chaque prisme.

a)

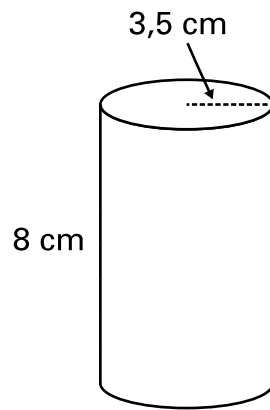


b)



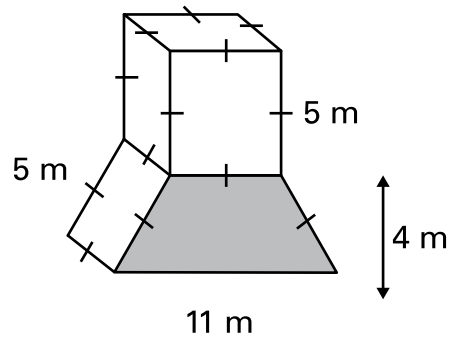
 TA STRATÉGIE

3. Trouve le volume de ce cylindre.



TA STRATÉGIE

4. Une structure est formée d'un prisme droit à base trapézoïdale surmonté d'un cube. Détermine le volume de la structure.



 TA STRATÉGIE