8e année

En avant, les maths!

Une approche renouvelée pour l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques

MINILEÇON

NOMBRES

Déterminer la racine carrée

RÉSUMÉ

Dans cette minileçon, l’élève détermine le carré d’un nombre, la racine carrée d’un carré parfait et la racine carrée approximative d’un nombre qui n’est pas un carré parfait.

PISTES D’OBSERVATION

L’élève :

- établit un lien entre un nombre carré et le concept de racine carrée;
- évalue la racine carrée de nombres parfaits;
- estime la racine carrée d’un nombre qui n’est pas un carré parfait.

MATÉRIEL

- calculatrice scientifique;
- cubes emboîtables.

CONCEPTS MATHÉMATIQUES

Les concepts mathématiques nommés ci-dessous seront abordés dans cette minileçon. Une explication de ceux-ci se trouve dans la section **Concepts mathématiques**.

Domaine d’étude	Concept(s) mathématique(s)
Nombres	Compréhension des propriétés, des relations et de la priorité des opérations
Nombres	Évaluation de racines carrées

PARTIE 1 – EXPLORATION GUIDÉE

Déroulement

- Consulter, au besoin, la fiche **Compréhension des propriétés, des relations et de la priorité des opérations** de la section **Concepts mathématiques** afin de revoir avec les élèves l'ordre des opérations. La racine carrée est l'opération inverse d'une puissance avec un exposant 2, donc se retrouve au même niveau que l'exposant dans PEDMAS.
- Consulter, au besoin, la fiche **Évaluation de racines carrés** de la section **Concepts mathématiques** afin de revoir avec les élèves les carrés parfaits et introduire l'estimation des carrés imparfaits.
- Présenter aux élèves l'**Exemple 1**, soit les calculs de la racine carrée d'un carré parfait et des étapes pour estimer la racine carrée dont le radicande n'est pas un carré parfait.
- Allouer aux élèves le temps requis pour effectuer le travail. À cette étape-ci, l'élève découvre les nombres qui sont des carrés parfaits et les nombres qui ne sont pas des carrés parfaits. Au besoin, proposer aux élèves d'utiliser des cubes emboîtables pour découvrir s'il est possible de les disposer de manière à former un carré parfait, et ainsi déterminer la longueur d'un côté du carré.
- Demander à quelques élèves de faire part au groupe-classe de leur solution et d'expliquer les stratégies utilisées pour déterminer les dimensions des terrains de forme carrée. Inviter les autres élèves à poser des questions afin de vérifier leur compréhension.
- À la suite des discussions, s'assurer que les élèves établissent des liens entre les nombres carrés et leur racine carrée ainsi qu'entre les carrés dont la racine carrée dont le radicande n'est pas un carré parfait.

  Note : Au besoin, consulter le corrigé de la partie 1 pour obtenir des exemples de stratégies.
- Encourager les élèves à améliorer leur travail en y ajoutant les éléments manquants.
- Au besoin, présenter aux élèves l'**Exemple 2**, soit les différentes représentations de nombres carrés ainsi que la racine carrée d'un nombre qui n'est pas un carré parfait.

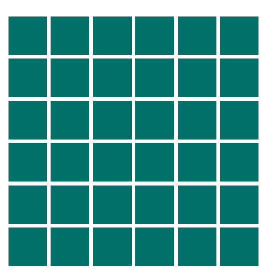
CORRIGÉ

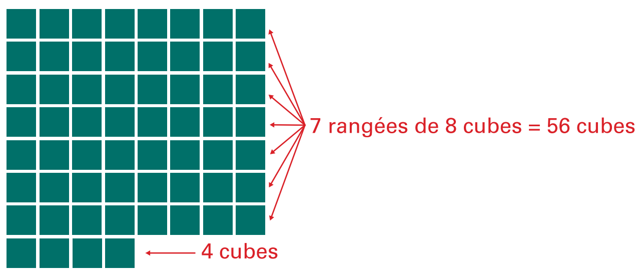
EXEMPLE 1

Dans certaines villes, les gens manquent d'espace sur leur terrain pour faire un jardin. C'est la raison pour laquelle il existe des jardins communautaires. Les gens peuvent ainsi louer un espace pour y faire leur jardin. Les personnes qui loueront un terrain devront le faire clôturer. Détermine la longueur de clôture nécessaire pour délimiter chacun des terrains si ceux-ci sont de forme carrée. Justifie ta réponse.

Jardins communautaires		
Aire du terrain (m^2)	**Dimensions du terrain de forme carrée (m)**	**Longueur de la clôture (m)**
36		
49		
60		
38		

STRATÉGIE

Jardins communautaires		
Aire du terrain (m^2)	**Dimensions du terrain de forme carrée (m)**	**Longueur de la clôture (m)**
36	Il est possible de disposer des cubes emboîtables de manière à former 6 rangées de 6 cubes pour obtenir un carré parfait.  Le nombre 36 est un carré parfait. Les dimensions du terrain de forme carrée sont de 6 m sur 6 m, car $6 \times 6 = 36$.	La longueur de clôture nécessaire pour entourer le terrain de forme carrée est de 24 m, car $4 \times 6 = 24$.

Aire du terrain (m^2)	Dimensions du terrain de forme carrée (m)	Longueur de la clôture (m)
49	Le nombre 49 est un carré parfait. Les dimensions du terrain de forme carrée sont de 7 m sur 7 m, car $7 \times 7 = 49$.	La longueur de clôture nécessaire pour entourer le terrain de forme carrée est de 28 m, car $4 \times 7 = 28$.
60	Il est impossible de disposer 60 cubes emboîtables de manière à former un carré.  Le nombre 60 n'est pas un carré parfait, puisqu'il ne peut pas être exprimé à l'aide d'une puissance dont la base est un nombre naturel et dont l'exposant est de 2. **Estimation** Je sais que la longueur des côtés du terrain de forme carrée est entre 7 et 8, car $7^2 = 49$ et $8^2 = 64$. La longueur des côtés du carré est plus près de 8 que de 7, car 60 est plus près de 64 que de 49. J'estime que la racine carrée de 60 est d'environ 7,8. **Vérification** Je vérifie à l'aide de la calculatrice. $\sqrt{60} \approx 7{,}746$ $\approx 7{,}7$	La longueur de clôture nécessaire pour entourer le terrain de forme carrée est d'environ 30,8 m, car $4 \times 7{,}7 \approx 30{,}8$.

Aire du terrain (m²)	Dimensions du terrain de forme carrée (m)	Longueur de la clôture (m)
38	Le nombre 38 n’est pas un carré parfait, puisqu’il ne peut pas être exprimé à l’aide d’une puissance dont la base est un nombre naturel et dont l'exposant est de 2. **Estimation** Je sais que la longueur des côtés du terrain de forme carrée est entre 6 et 7, car $6^2 = 36$ et $7^2 = 49$. La longueur des côtés du carré est plus près de 6 que de 7, car 38 est plus près de 36 que de 49. J’estime que la racine carrée de 38 est d'environ 6,3. **Vérification** Je vérifie à l’aide de la calculatrice. $\sqrt{38} \approx 6{,}164$ $\approx 6{,}2$	La longueur de clôture nécessaire pour entourer le terrain de forme carrée est d’environ 24,8 m, car $4 \times 6{,}2 \approx 24{,}8$.

EXEMPLE 2

Voici une série de nombres qui représentent des carrés parfaits :

1 4 9 16 25 36 49 64 81 100 121 144 169

a) Représente les nombres 4, 9, 16 et 169 à l’aide d’un carré, à l'aide d'un produit de facteurs et d’une puissance. Détermine la racine carrée de chacun de ces nombres.

Par exemple, voici comment serait représenté le nombre 36,

À l’aide d’un carré :

6

6 $\boxed{36}$

À l’aide d'un produit de facteurs : 6×6

À l’aide d’une puissance : 6^2

Racine carrée : $\sqrt{36} = 6$

STRATÉGIE

1 4 9 16 25 36 49 64 81 100 121 144 169

$2\overset{2}{\boxed{4}}$	$3\overset{3}{\boxed{9}}$	$4\overset{4}{\boxed{16}}$	$13\overset{13}{\boxed{169}}$
2×2	3×3	4×4	13×13
2^2	3^2	4^2	13^2
$\sqrt{4} = 2$	$\sqrt{9} = 3$	$\sqrt{16} = 4$	$\sqrt{169} = 13$

b) Pourquoi le nombre 12 n'est-il pas représenté sur la droite numérique?

STRATÉGIE

Les nombres 4, 9, 16 et 169 sont des nombres carrés, mais le nombre 12 ne l'est pas. Le nombre 12 ne peut pas être représenté à l'aide d'un carré ni d'un produit dont la longueur de ses côtés est un nombre naturel, d'une multiplication dont les deux facteurs sont le même nombre naturel ou d'une puissance dont la base est un nombre naturel. Cependant, il est possible de déterminer la racine carrée approximative de 12.

Estimation

Je sais que la racine carrée de 12 est entre 3 et 4, car $3^2 = 9$ et $4^2 = 16$. Elle est plus près de 3 que de 4, car 12 est plus près de 9 que de 16. J'estime que la racine carrée de 12 est d'environ 3,4.

Vérification

Je vérifie à l'aide d'une calculatrice.

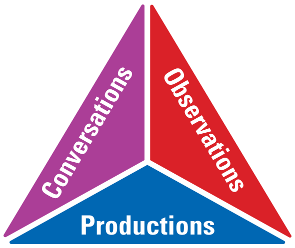
$$\begin{aligned}\sqrt{12} &\approx 3{,}464 \\ &\approx 3{,}5\end{aligned}$$

PARTIE 2 – PRATIQUE AUTONOME

Déroulement

- Au besoin, demander aux élèves de faire quelques exercices de la section **À ton tour!**. Ces exercices peuvent servir de billet de sortie ou autre.
- Recueillir les preuves d’apprentissage des élèves et les interpréter pour déterminer leurs points forts et cibler les prochaines étapes en vue de les aider à s’améliorer.

  Note : Consulter le corrigé de la partie 2, s’il y a lieu.



CORRIGÉ

1. Estime, au dixième près, la valeur de chaque racine carrée sans utiliser de calculatrice. Ensuite, vérifie ta réponse à l’aide d’une calculatrice.

a) $\sqrt{5}$

Je sais que la racine carrée de 5 est entre 2 et 3, car $2^2 = 4$ et $3^2 = 9$. Elle est plus près de 2 que de 3, car 5 est plus près de 4 que de 9. J’estime que la racine carrée de 5 est d'environ 2,1.

Je vérifie à l’aide de la calculatrice.

$$\begin{aligned}\sqrt{5} &\approx 2,236 \\ &\approx 2,2\end{aligned}$$

b) $\sqrt{115}$

Je sais que la racine carrée de 115 est entre 10 et 11, car $10^2 = 100$ et $11^2 = 121$. Elle est plus près de 11 que de 10, car 115 est plus près de 121 que de 100. J’estime que la racine carrée de 115 est d'environ 10,8.

Je vérifie à l’aide de la calculatrice.

$$\begin{aligned}\sqrt{115} &\approx 10,724 \\ &\approx 10,7\end{aligned}$$

2. Évalue les expressions ci-dessous sans utiliser la touche $\sqrt{}$ de ta calculatrice. Laisse des traces de ton travail.

a) $\sqrt{1296} \div \sqrt{81}$

$$\begin{aligned}\sqrt{1296} \div \sqrt{81} &= 36 \div 9 \\ &= 4\end{aligned}$$

b) $\sqrt{64} \div \sqrt{16}$

$$\begin{aligned}\sqrt{64} \div \sqrt{16} &= 8 \div 4 \\ &= 2\end{aligned}$$

c) $\sqrt{144} + 2 \div \sqrt{4}$

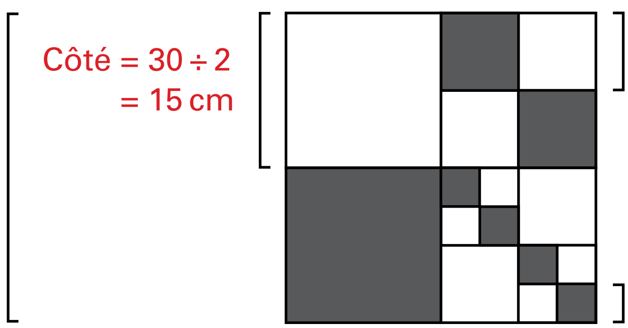
$$\begin{aligned}\sqrt{144} + 2 \div \sqrt{4} &= 12 + 2 \div 2 \\ &= 12 + 1 \\ &= 13\end{aligned}$$

3. Mario reproduit le motif ci-dessous à l'aide de tuiles carrées en céramique. L'aire totale de cette mosaïque est de 900 cm^2. Quelles sont les dimensions des grands, des moyens et des petits carrés blancs?

Voici un exemple de réponse possible :

Côté $= \sqrt{900}$
$= 30$ cm

Côté $= 30 \div 2$
$= 15$ cm



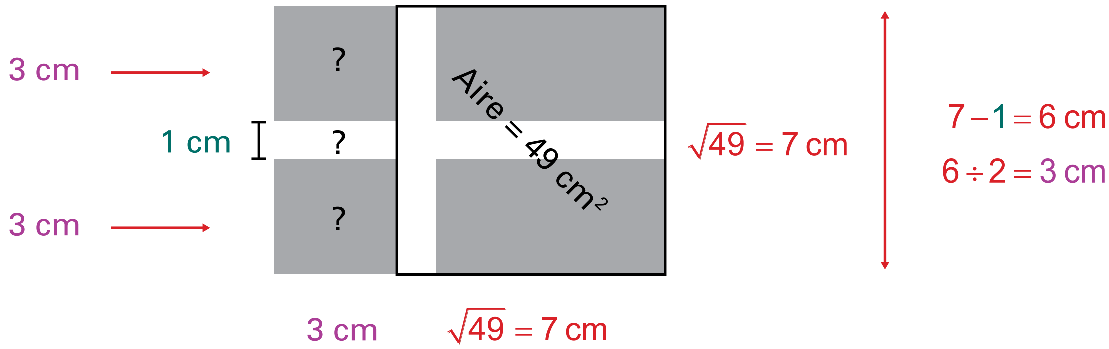
Côté $= 15 \div 2$
$= 7{,}5$ cm

Côté $= 7{,}5 \div 2$
$= 3{,}75$ cm

Les dimensions des côtés des grands carrés sont de 15 cm, des carrés moyens, de 7,5 cm et des petits carrés, de 3,75 cm.

4. L'illustration ci-dessous est une reproduction du drapeau du Danemark. Détermine l'aire de chacune des trois sections, à gauche du grand carré, c'est-à-dire l'aire du petit rectangle et celle de chacun des petits carrés identiques.

Voici un exemple de réponse possible :



Pour trouver l'aire, je multiplie la base par la hauteur, car $A = b \times h$. L'aire des petits carrés est de 9 cm², car $3 \times 3 = 9$, et l'aire du petit rectangle est de 3 cm², car $1 \times 3 = 3$.

Version de l'élève

8e année

En avant, les maths!

Une approche renouvelée pour l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques

MINILEÇON

NOMBRES

Déterminer la racine carrée

PARTIE 1 – EXPLORATION GUIDÉE

EXEMPLE 1

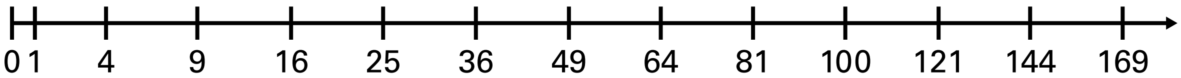
Dans certaines villes, les gens manquent d'espace sur leur terrain pour faire un jardin. C'est la raison pour laquelle il existe des jardins communautaires. Les gens peuvent ainsi louer un espace pour y faire leur jardin. Les personnes qui loueront un terrain devront le faire clôturer. Détermine la longueur de clôture nécessaire pour délimiter chacun des terrains si ceux-ci sont de forme carrée. Justifie ta réponse.

Jardins communautaires		
Aire du terrain (m^2)	Dimensions du terrain de forme carrée (m)	Longueur de la clôture (m)
36		
49		
60		
38		

TA STRATÉGIE

EXEMPLE 2

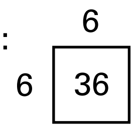
Voici une droite numérique qui représente des carrés parfaits :



a) Représente les nombres 4, 9, 16 et 169 à l'aide d'un carré, à l'aide d'un produit de facteurs et d'une puissance. Détermine la racine carrée de chacun de ces nombres.

Par exemple, voici comment serait représenté le nombre 36,

À l'aide d'un carré :



À l'aide d'une multiplication : 6×6

À l'aide d'une puissance : 6^2

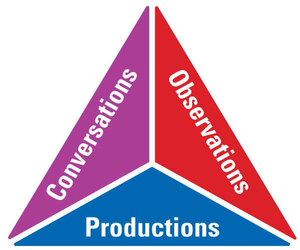
Racine carrée : $\sqrt{36} = 6$

b) Pourquoi le nombre 12 n'est-il pas représenté sur la droite numérique?

TA STRATÉGIE

PARTIE 2 – PRATIQUE AUTONOME

À ton tour!



1. Estime, au dixième près, la valeur de chaque racine carrée sans utiliser de calculatrice. Ensuite, vérifie ta réponse à l'aide d'une calculatrice.

a) $\sqrt{5}$

b) $\sqrt{115}$

TA STRATÉGIE

2. Évalue les expressions ci-dessous sans utiliser la touche $\sqrt{}$ de ta calculatrice. Laisse des traces de ton travail.

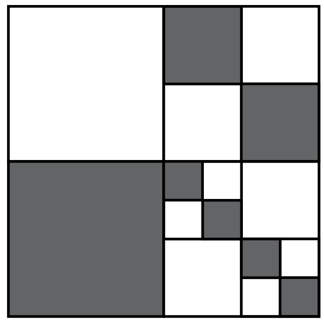
a) $\sqrt{1296} \div \sqrt{81}$

b) $\sqrt{64} \div \sqrt{16}$

c) $\sqrt{144} + 2 \div \sqrt{4}$

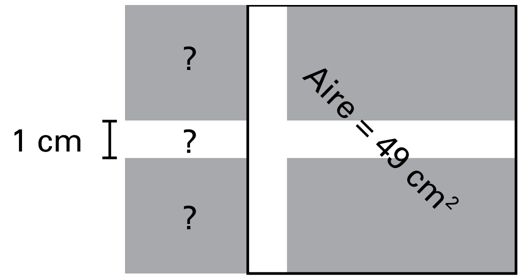
TA STRATÉGIE

3. Mario reproduit le motif ci-dessous à l'aide de tuiles carrées en céramique. L'aire totale de cette mosaïque est de $900\ cm^2$. Quelles sont les dimensions des grands, des moyens et des petits carrés blancs?



TA STRATÉGIE

4. L'illustration ci-dessous est une reproduction du drapeau du Danemark. Détermine l'aire de chacune des trois sections, à gauche du grand carré, c'est-à-dire l'aire du petit rectangle et celle de chacun des petits carrés identiques.



TA STRATÉGIE