6^{e} année

En avant, les maths!

Une approche renouvelée pour l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques

MINILEÇON

NOMBRES

Calculer des rapports et des taux

RÉSUMÉ

Dans cette minileçon, l'élève résout des problèmes reliés aux rapports et aux taux.

PISTES D'OBSERVATION

L'élève :

- interprète, représente et résout divers problèmes portant sur les rapports et les taux;
- détermine des taux équivalents et des taux unitaires.

MATÉRIEL

- calculatrices

CONCEPTS MATHÉMATIQUES

Le concept mathématique nommé ci-dessous sera abordé dans cette minileçon. Une explication de celui-ci se trouve dans la section **Concepts mathématiques**.

Domaine d'étude	**Concept mathématique**
Nombres	Résolution de problèmes de rapports

PARTIE 1 – EXPLORATION GUIDÉE

Déroulement

- Consulter, au besoin, la fiche **Résolution de problèmes de rapports** de la section **Concepts mathématiques** afin de revoir avec les élèves la différence entre un rapport et un taux en vue de les aider à réaliser l’activité.
- Présenter aux élèves l’**Exemple 1**, soit le calcul des rapports et des taux dans un contexte d’analyse de vitesse de marche lors d’un entraînement à un marathon.
- Allouer aux élèves le temps requis pour effectuer le travail. À cette étape-ci, l’élève découvre diverses stratégies pour calculer des taux équivalents.
- Demander à quelques élèves de faire part au groupe-classe de leur solution et d’expliquer les stratégies utilisées pour calculer des rapports et des taux. Inviter les autres élèves à poser des questions afin de vérifier leur compréhension.
- À la suite des discussions, s’assurer que les élèves établissent des liens entre le coefficient de proportionnalité et son rôle dans la détermination de taux équivalents, ainsi qu’entre les différentes stratégies de calcul de rapports et de taux.

  Note : Au besoin, consulter le corrigé de la partie 1 pour obtenir des exemples de stratégies.
- Encourager les élèves à améliorer leur travail en y ajoutant les éléments manquants.
- Au besoin, présenter aux élèves l’**Exemple 2**, soit le calcul des rapports et des taux.

CORRIGÉ

EXEMPLE 1

Samuel et Sophia s'entraînent pour le prochain marathon.

a) Samuel marche 12 km en 2 h. S'il maintient cette vitesse, quelle distance parcourra-t-il en $3\frac{1}{2}$ h?

STRATÉGIE 1

Déterminer un taux équivalent à l'aide du coefficient de proportionnalité

Je sais que $3\frac{1}{2}$ = 3,5 h, puisque $\frac{1}{2}$ = 0,5.

$$\div 6 \quad \frac{12\text{ km}}{2\text{ h}} = \frac{d}{3{,}5\text{ h}} \quad \div 6$$

Pour trouver la valeur de *d*, je peux faire l'opération inverse :

d = 3,5 × 6

= 21 km

Alors, Samuel parcourra 21 km en $3\frac{1}{2}$ h.

STRATÉGIE 2

Utilisation d'un tableau de rapports

Je sais que $3\frac{1}{2}$ = 3,5 h.

Je peux calculer le taux unitaire entre le temps et la distance.

0,5 + 1 + 2 = 3,5 h

÷ 2 ÷ 2

Temps (h)	0,5	1	2
Distance (km)	3	6	12

÷ 2 ÷ 2

Je sais que Samuel a marché 12 km en 2 h. Je peux aussi calculer la distance marchée en 1 h en divisant les deux termes par 2.

Je peux ensuite trouver la distance marchée en 0,5 h en divisant les deux termes par 2 de nouveau.

Je peux ensuite additionner les distances marchées pendant les 3,5 heures, soit 3 + 6 + 12 = 21 km.

Alors, Samuel parcourra 21 km en $3\frac{1}{2}$ h.

b) Sophia marche 28 km en 4 h. Si elle maintient cette vitesse, en combien de temps parcourra-t-elle 33,25 km?

STRATÉGIE 1

Déterminer un taux équivalent à l'aide du coefficient de proportionnalité

Je sais que 28 ÷ 7 = 4. Pour trouver la valeur de *t*, je divise 33,25 par 7.

$$\div 4 \quad \frac{28 \text{ km}}{7 \text{ km}} = \frac{33{,}25}{t} \quad \div 4$$

$$t = 33{,}25 \div 7$$

$$t = 4{,}75 \text{ h}$$

Je sais que 0,75, c'est équivalent à 45 minutes, soit $0{,}75 \times 60 = 45$.

Alors, Sophia parcourra 33,25 km en 4,75 h ou en 4 h et 45 minutes.

STRATÉGIE 2

Utilisation d'un tableau de rapports

Je peux utiliser un tableau de rapports pour trouver le temps nécessaire pour parcourir 33,25 km. Je décompose la distance, soit 33,25 km, dans mon tableau de rapports. Ainsi, pour chaque valeur partielle, je peux trouver le temps nécessaire, pour ensuite additionner ces temps.

Distances correspondantes : 28 + 3,5 + 1,75 = 31,5 + 1,75

= 33,25

Temps : 4 + 0,5 + 0,25 = 4,75 h

÷ 4 ÷ 2 ÷ 2

Temps (h)	4	1	0,5	0,25
Distance (km)	28	7	3,5	1,75

÷ 4 ÷ 2 ÷ 2

Sophia parcourra 33,25 km en 4,75 h, ou 4 h et 45 minutes.

c) Qui est le plus rapide?

STRATÉGIE

Calculer le taux unitaire

Je peux calculer le taux unitaire pour chacun.

Samuel marche à une vitesse de 6 km/h, puisque 12 ÷ 2 = 6.

Sophia marche à une vitesse de 7 km/h, puisque 28 ÷ 4 = 7.

Alors, Sophia est la plus rapide.

EXEMPLE 2

Pour obtenir un pot de peinture orangée, Rawad mélange 5 litres de peinture jaune et 2 litres de peinture rouge.

Pour obtenir un second pot de peinture orangée, il mélange 4 litres de peinture jaune et 3 litres de peinture rouge.

La couleur orangée du second pot sera-t-elle plus claire ou plus foncée que la couleur orangée du premier pot? Justifie ta réponse.

STRATÉGIE 1

Calcul du taux unitaire de la couleur rouge par rapport à la couleur jaune

Pour trouver si la couleur orangée du second pot est plus claire ou foncée que le premier pot, je dois calculer un rapport équivalent jaune : rouge. Le pot qui a une moins grande concentration de jaune sera le pot ayant la couleur la plus foncée.

Je divise chaque terme du premier pot par 2 afin d'obtenir le taux unitaire pour la couleur rouge. Je vois qu'il contient 2,5 parties de jaune pour 1 partie de rouge.

Pour comparer au second pot, je dois diviser chaque terme par 3 pour trouver le taux unitaire pour la couleur rouge. Le second pot contient 1,3 partie de jaune pour 1 partie de rouge.

Premier pot jaune : rouge	Second pot jaune : rouge
$5 : 2 \xrightarrow{\div 2} 2{,}5 : 1$	$4 : 3 \xrightarrow{\div 3} 1{,}3 : 1$

La couleur orangée du second pot sera plus foncée, car, pour la même quantité de peinture rouge, il y a moins de peinture jaune.

STRATÉGIE 2

Calcul du taux unitaire de la couleur jaune par rapport à la couleur rouge

Pour trouver si la couleur orangée du second pot est plus claire ou foncée que le premier pot, je dois calculer un rapport équivalent rouge : jaune. Le pot qui a une plus grande concentration de rouge sera le pot ayant la couleur la plus foncée.

Je dois diviser chaque terme du rapport du premier pot par 5 pour déterminer le taux unitaire pour la couleur jaune. Dans le premier pot, pour chaque partie de peinture jaune, le pot contient 0,4 partie de peinture rouge.

Je dois diviser chaque terme du rapport du deuxième pot par 4 pour déterminer le taux unitaire pour la couleur jaune. Dans le deuxième pot, pour chaque partie de peinture jaune, il y a 0,75 de peinture rouge.

Premier pot jaune : rouge	Second pot jaune : rouge
5 : 2 ÷ 5 ↓ ÷ 5 1 : 0,4	4 : 3 ÷ 4 ↓ ÷ 4 1 : 0,75

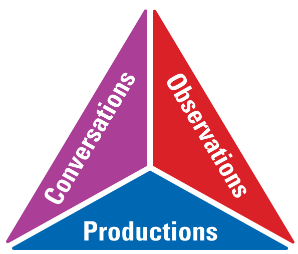
La couleur orangée du second pot sera plus foncée, car pour la même quantité de peinture jaune, il y a plus de peinture rouge dans le second pot que dans le premier pot.

PARTIE 2 – PRATIQUE AUTONOME

Déroulement

- Au besoin, demander aux élèves de faire quelques exercices de la section **À ton tour!**. Ces exercices peuvent servir de billet de sortie ou autre.
- Recueillir les preuves d'apprentissage des élèves et les interpréter pour déterminer leurs points forts et cibler les prochaines étapes en vue de les aider à s'améliorer.

  Note : Consulter le corrigé de la partie 2, s'il y a lieu.



CORRIGÉ

1. Roberto, Perrine et Pépé ont déterminé des rapports équivalents à 3 : 5.

- Roberto dit que le rapport 3 : 5 est équivalent au rapport 15 : 25.
- Perrine dit que le rapport 3 : 5 est équivalent au rapport 0,6 : 1.
- Pépé dit que le rapport 3 : 5 est équivalent au rapport 6 : 8.

Selon toi, qui a raison? Explique ton ou tes choix.

STRATÉGIE 1
Calcul d'un rapport à l'aide d'une division

Roberto a raison, car, lorsqu'il divise les termes (parties) du rapport 15 : 25 par 5, il obtient 15 ÷ 5 : 25 ÷ 5 = 3 : 5. Alors, 15 : 25 = 3 : 5.

Perrine a aussi raison, car, lorsqu'elle divise les termes (parties) du rapport 3 : 5 par 5, elle obtient 3 ÷ 5 : 5 ÷ 5 = 0,6 : 1. Alors, 3 : 5 = 0,6 : 1.

Pépé n’a pas raison, car il a ajouté 3 à chaque terme (partie) du rapport 3 + 3 : 5 + 3, ce qui ne permet pas de conserver la relation entre les 2 termes.

$$\begin{array}{c} \times 2 \\ 3 : 5 \longrightarrow 6 : 8 \\ \times 1{,}6 \end{array}$$

Puisque les facteurs ne sont pas les mêmes, alors le rapport 6 : 8 n’est pas équivalent au rapport 3 : 5.

STRATÉGIE 2
Calcul d’un rapport à l’aide d’une multiplication

Roberto a raison, car, lorsqu’il multiplie les termes (parties) du rapport 3 : 5 par 5, il obtient 3 × 5 : 5 × 5 = 15 : 25. Alors, 3 : 5 = 15 : 25.

Perrine a aussi raison, car, lorsqu’elle multiplie les termes (parties) du rapport 0,6 : 1 par 5, elle obtient 0,6 × 5 : 1 × 5 = 3 : 5. Alors, 0,6 : 1 = 3 : 5.

Pépé n’a pas raison, car les facteurs qu’il a utilisés pour comparer les termes ne sont pas les mêmes, ce qui ne permet pas de conserver la relation entre les 2 termes.

$$\times 0{,}6 \ \frac{3}{5} \qquad \frac{6}{8} \ \times 0{,}75$$

Puisque les facteurs ne sont pas les mêmes, alors le rapport 6 : 8 n’est pas équivalent au rapport 3 : 5.

2. J’ai payé 450 $ pour l’utilisation de mon téléphone cellulaire pendant 12 mois. Exprime cette situation à l’aide d’un taux unitaire.

$$\begin{aligned} \frac{450\ \$}{12\ \text{mois}} &= 450 \div 12 \\ &= 37{,}50\ \$/\text{mois} \end{aligned}$$

Pour l’utilisation de mon téléphone cellulaire, j’ai payé 37,50 $ par mois.

3. Voici 4 recettes de chocolat chaud.

Recette A : Ajouter 50 ml de chocolat en poudre à 200 ml de lait chaud.

Recette B : Ajouter 30 ml de chocolat en poudre à 150 ml de lait chaud.

Recette C : Ajouter 45 ml de chocolat en poudre à 175 ml de lait chaud.

Recette D : Ajouter 25 ml de chocolat en poudre à 90 ml de lait chaud.

a) Quelle recette donne une boisson plus chocolatée? Justifie ta réponse.

STRATÉGIE 1

Calcul du taux unitaire de chocolat en poudre par rapport au lait chaud

Recette A

chocolat en poudre : lait

$$\div 50 \quad 50 : 200 \quad \div 50$$
$$1 : 4$$

Recette B

chocolat en poudre : lait

$$\div 30 \quad 30 : 150 \quad \div 30$$
$$1 : 5$$

Recette C

chocolat en poudre : lait

$$\div 45 \quad 45 : 175 \quad \div 45$$
$$1 : 3{,}9$$

Recette D

chocolat en poudre : lait

$$\div 25 \quad 25 : 90 \quad \div 25$$
$$1 : 3{,}6$$

La recette D donne une boisson plus chocolatée, car, pour la même quantité de chocolat en poudre, il y a moins de lait chaud, soit 25 : 90 ou environ 1 : 3,6.

STRATÉGIE 2

Calcul du taux unitaire à l'aide de fractions équivalentes

Recette A

$$\frac{\text{chocolat en poudre}}{\text{lait}} = \frac{50}{200} = \frac{1}{4} \text{ ou } 1 : 4$$

Recette B

$$\frac{\text{chocolat en poudre}}{\text{lait}} = \frac{30}{150} = \frac{1}{5} \text{ ou } 1 : 5$$

Recette C

$$\frac{\text{chocolat en poudre}}{\text{lait}} = \frac{45}{175} = \frac{9}{35} \approx \frac{1}{3{,}9} \text{ ou } 1 : 3{,}9$$

Recette D

$$\frac{\text{chocolat en poudre}}{\text{lait}} = \frac{25}{90} = \frac{5}{18} \approx \frac{1}{3{,}6} \text{ ou } 1 : 3{,}6$$

La recette D donne une boisson plus chocolatée, car, pour la même quantité de chocolat en poudre, il y a moins de lait chaud, soit 25 : 90 ou environ 1 : 3,6.

b) Quelles sont les 2 recettes qu'il faut combiner pour obtenir un chocolat chaud qui goûte exactement la même chose que celui de la recette C?

Le rapport de la quantité de chocolat en poudre à la quantité de lait, dans la recette C, est de 45 : 175 ou d'environ 1 : 3,9.

Je combine la recette A et la recette D.

Stratégie 1

50 + 25 : 200 + 90

75 : 290

1 : 3,9

Stratégie 2

$$\frac{\text{chocolat en poudre}}{\text{lait}} = \frac{50 + 25}{200 + 90}$$

$$= \frac{75}{290}$$

$$\approx \frac{1}{3{,}9}$$

Il faut combiner les recettes A et D pour obtenir un chocolat chaud qui goûte exactement la même que celui de la recette C.

4. Pour obtenir un pichet de limonade, 3 boîtes d'eau sont ajoutées à une boîte de concentré de limonade.

a) Nicolas veut quadrupler (produire 4 fois) la recette de limonade. Comment peut-il s'y prendre pour garder le même goût? Justifie ta réponse.

STRATÉGIE

Boîte(s) d'eau : boîte(s) de concentré de limonade

Nicolas doit ajouter 4 fois plus de boîtes d'eau et 4 fois plus de boîtes de concentré de limonade s'il veut quadrupler la recette originale. Alors, 3 × 4 = 12 et 1 × 4 = 4, ce qui correspond à 12 boîtes d'eau et à 4 boîtes de concentré de limonade.

$$\times 4 \quad \begin{array}{c} 3 : 1 \\ 12 : 4 \end{array} \quad \times 4$$

b) France veut faire la moitié de la recette de limonade. Comment peut-elle s'y prendre pour garder le même goût que la recette initiale? Justifie ta réponse.

STRATÉGIE 1

Boîte(s) d'eau : boîte(s) de concentré de limonade

$$3 : 1 \xrightarrow{\times \frac{1}{2}} 1\frac{1}{2} : \frac{1}{2}$$

France doit ajouter la moitié de la quantité d'eau et la moitié d'une boîte de concentré de limonade si elle veut faire la moitié de la recette originale.
Alors, $3 \times \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$ ou $1\frac{1}{2}$ et $1 \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$, ce qui correspond à 1 boîte et demie d'eau et à 1 demie-boîte de concentré de limonade.

STRATÉGIE 2

Boîte(s) d'eau : boîte(s) de concentré de limonade

$$3 : 1 \xrightarrow{\div 2} 1\frac{1}{2} : \frac{1}{2}$$

France doit diviser la recette initiale en 2 parties égales, soit une boîte et demie d'eau $\left(3 \div 2 = \frac{3}{2} \text{ ou } 1\frac{1}{2}\right)$ et la moitié d'une boîte de concentré de limonade $\left(1 \div 2 = \frac{1}{2}\right)$.

Version de l'élève

6e année

En avant, les maths!

Une approche renouvelée pour l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques

MINILEÇON

NOMBRES

Calculer des rapports et des taux

PARTIE 1 – EXPLORATION GUIDÉE

EXEMPLE 1

Samuel et Sophia s’entraînent pour le prochain marathon.

a) Samuel marche 12 km en 2 h. S’il maintient cette vitesse, quelle distance parcourra-t-il en $3\frac{1}{2}$ h?

b) Sophia marche 28 km en 4 h. Si elle maintient cette vitesse, en combien de temps parcourra-t-elle 33,25 km?

c) Qui est le plus rapide?

TA STRATÉGIE

EXEMPLE 2

Pour obtenir un pot de peinture orangée, Rawad mélange 5 litres de peinture jaune et 2 litres de peinture rouge.

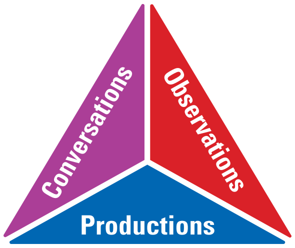
Pour obtenir un second pot de peinture orangée, il mélange 4 litres de peinture jaune et 3 litres de peinture rouge.

La couleur orangée du second pot sera-t-elle plus claire ou plus foncée que la couleur orangée du premier pot? Justifie ta réponse.

TA STRATÉGIE

PARTIE 2 – PRATIQUE AUTONOME

À ton tour!



1. Roberto, Perrine et Pépé ont déterminé des rapports équivalents à 3 : 5.

- Roberto dit que le rapport 3 : 5 est équivalent au rapport 15 : 25.
- Perrine dit que le rapport 3 : 5 est équivalent au rapport 0,6 : 1.
- Pépé dit que le rapport 3 : 5 est équivalent au rapport 6 : 8.

Selon toi, qui a raison? Explique ton ou tes choix.

TA STRATÉGIE

2. J'ai payé 450 $ pour l'utilisation de mon téléphone cellulaire pendant 12 mois. Exprime cette situation à l'aide d'un taux unitaire.

TA STRATÉGIE

3. Voici 4 recettes de chocolat chaud.

Recette A : Ajouter 50 ml de chocolat en poudre à 200 ml de lait chaud.

Recette B : Ajouter 30 ml de chocolat en poudre à 150 ml de lait chaud.

Recette C : Ajouter 45 ml de chocolat en poudre à 175 ml de lait chaud.

Recette D : Ajouter 25 ml de chocolat en poudre à 90 ml de lait chaud.

a) Quelle recette donne une boisson plus chocolatée? Justifie ta réponse.

b) Quelles sont les 2 recettes qu'il faut combiner pour obtenir un chocolat chaud qui goûte exactement la même chose que celui de la recette C?

TA STRATÉGIE

4. Pour obtenir un pichet de limonade, 3 boîtes d'eau sont ajoutées à une boîte de concentré de limonade.

a) Nicolas veut quadrupler (produire 4 fois) la recette de limonade. Comment peut-il s'y prendre pour garder le même goût? Justifie ta réponse.

b) France veut faire la moitié de la recette de limonade. Comment peut-elle s'y prendre pour garder le même goût que la recette initiale? Justifie ta réponse.

TA STRATÉGIE